

ORCHESTRATEUR

Física - Guía extensa en español

Una guía completa, disponible sin conexión

Leer, comprender y encontrar un capítulo

LAFAYETTE DIGITAL PRODUCTS

Índice

Las entradas del índice son enlaces. Los marcadores del PDF permiten acceder a capítulos y secciones. El enlace al pie de cada página vuelve aquí.

Capítulo 1 - Medir, modelizar y discutir una incertidumbre 8

Capítulo 2 - Cinemática: describir un movimiento sin confundir sus magnitudes 17

Capítulo 3 - Dinámica: relacionar el balance de fuerzas con una aceleración 26

Capítulo 4 - Energía y trabajo: elegir una frontera y seguir las transferencias 36

Capítulo 5 - Gravitación y órbitas: comprender un movimiento de caída permanente 46

Capítulo 6 - Fluidos: presión, caudal y límites de los modelos de flujo 55

Capítulo 7 - Electricidad: carga, energía y evolución de un circuito RC 65

Capítulo 8 - Termodinámica: distinguir un estado de las transferencias que lo modifican 76

Capítulo 9 - Ondas: propagación, frecuencia, intensidad y desplazamiento Doppler 88

Capítulo 10 - Óptica: difracción, interferencias, imágenes y telescopio 98

Capítulo 11 - Fotones, niveles de energía y conversión de la luz 110

Capítulo 12 - Construir, poner a prueba y presentar una resolución física 123

Anexos - Problemas transversales y respuestas argumentadas 135

Física - Guía extensa en español

Índice de lectura

- Física - Comprender los modelos, resolver y discutir - Capítulo 1 - Medir, modelizar y discutir una incertidumbre - Capítulo 2 - Cinemática: describir un movimiento sin confundir sus magnitudes - Capítulo 3 - Dinámica: relacionar el balance de fuerzas con una aceleración - Capítulo 4 - Energía y trabajo: elegir una frontera y seguir las transferencias - Capítulo 5 - Gravitación y órbitas: comprender un movimiento de caída permanente - Capítulo 6 - Fluidos: presión, caudal y límites de los modelos de flujo - Capítulo 7 - Electricidad: carga, energía y evolución de un circuito RC - Capítulo 8 - Termodinámica: distinguir un estado de las transferencias que lo modifican - Capítulo 9 - Ondas: propagación, frecuencia, intensidad y desplazamiento Doppler - Capítulo 10 - Óptica: difracción, interferencias, imágenes y telescopio - Capítulo 11 - Fotones, niveles de energía y conversión de la luz - Capítulo 12 - Construir, poner a prueba y presentar una resolución física - Anexos - Problemas transversales y respuestas argumentadas

Física - Comprender los modelos, resolver y discutir

Una guía extensa para un trabajo activo

Esta guía está concebida para profundizar en la física al nivel de la especialidad de Terminale de la enseñanza general francesa, retomando las herramientas previas necesarias. No abarca toda la química del programa de física y química ni constituye una lista oficial de cuestiones de examen. Las referencias institucionales establecen un marco; las explicaciones, situaciones ficticias, demostraciones y ejercicios son una redacción original de LFDP. Codex, asistente de inteligencia artificial de OpenAI, ha contribuido a la redacción y a la traducción al español. Los pocos desarrollos que van más allá de las expectativas centrales se identifican como tales en el texto.

El objetivo es saber pasar de una situación a un modelo, del modelo a unas relaciones y de esas relaciones a una conclusión defendible. Un valor numérico correcto sin hipótesis claras puede responder a la pregunta equivocada. Una explicación sin cálculo puede resultar demasiado vaga cuando los datos permiten realizar una estimación. Por ello, los capítulos articulan ideas, argumentos, ilustraciones y comprobaciones, para que las fórmulas no sean ni recetas aisladas ni un obstáculo para la comprensión.

Los ejemplos de cuerpos, fuentes y dispositivos son didácticos. No describen las prestaciones garantizadas de un producto, no prescriben una construcción ni sustituyen un protocolo experimental supervisado. Se indican los valores redondeados de g, los materiales ficticios y las simplificaciones. Para un experimento real siguen siendo indispensables las instrucciones del centro, la supervisión y las características del dispositivo.

Organización y recorridos de lectura

El primer capítulo establece las magnitudes, las unidades y la medición. Los capítulos dos a cinco desarrollan el movimiento, las interacciones, la energía y la gravitación. El sexto trata los fluidos; el séptimo, los circuitos eléctricos y la evolución RC; el octavo, la termodinámica. Los capítulos nueve a once relacionan las ondas, la óptica y los fotones. El último reúne los métodos de resolución y discusión. Los anexos proponen problemas adicionales, con respuestas comentadas y distinciones que atraviesan varios temas.

Para una primera lectura, siga este orden, porque los razonamientos sobre movimiento y energía reaparecen después. Para un repaso concreto, comience por la pregunta que no sabe abordar y vuelva luego a la definición o al modelo del que depende su respuesta. Cada capítulo se organiza en secciones breves para encontrar rápidamente una explicación en el teléfono o en una versión impresa. Esta organización documental no garantiza el funcionamiento de un lector informático concreto.

Una sesión de estudio puede tener tres etapas: leer una sección sin intentar memorizarlo todo; cerrar el texto y explicar la idea en unas pocas frases; resolver un ejercicio anunciando las hipótesis antes de comparar con la solución. Si su respuesta difiere, busque primero el punto en el que se separan los razonamientos. Modificar únicamente el resultado final no transforma un error en aprendizaje.

Convenciones y uso de las soluciones

Las ecuaciones emplean símbolos definidos en su contexto. El signo de una fuerza, una velocidad o un intercambio de energía depende de la convención anunciada. Una letra puede designar una magnitud diferente en dos capítulos; prevalece la definición local. Las potencias de diez y los prefijos deben convertirse antes de sustituir los valores numéricos. El punto medio en una unidad, como J·s, expresa un producto; un exponente negativo expresa un inverso.

Una solución es un ejemplo de procedimiento, no la única redacción aceptable. Otros caminos pueden ser equivalentes si emplean hipótesis coherentes y responden a la misma pregunta. En cambio, dos valores próximos no bastan para establecer la equivalencia de dos modelos. Las comprobaciones de dimensión, signo, orden de magnitud y condiciones iniciales deben acompañar al cálculo.

Este documento sigue siendo didáctico y consultable sin conexión. No proporciona ninguna alerta, diagnóstico ni validación de un dispositivo real. La extensión del manuscrito, su registro de fuentes y su recuento son elementos de trazabilidad; no constituyen una certificación escolar o técnica.

Capítulo 1 - Medir, modelizar y discutir una incertidumbre

Objetivos: distinguir magnitud y unidad, elegir un sistema y un modelo, leer una medida y explicar una limitación. Los capítulos siguientes desarrollan los mecanismos anunciados por estas primeras situaciones.

Referencia histórica - 1960: dar nombre a un sistema común de medida

En 1960, la undécima Conferencia General de Pesas y Medidas dio al sistema basado en las unidades básicas adoptadas hasta entonces el nombre de Sistema Internacional de Unidades y la abreviatura SI. Esta referencia institucional muestra que una unidad no es una preferencia individual: pertenece a una organización común de las mediciones. El razonamiento dimensional del capítulo aprovecha esta coherencia; no depende del país en el que se escriba un resultado. Sin embargo, la adopción de un lenguaje común no elimina ni la incertidumbre de una medida concreta ni las limitaciones del modelo empleado.

Referencia del hecho histórico, consultada el 11 de octubre de 2026: BIPM, resolución 12 de la 11.ª CGPM, 1960, https://www.bipm.org/fr/committees/cg/cgpm/11-1960/resolution-12. Análisis didáctico de LFDP, sin cita literal ni imagen reproducida.

1. Partir de una pregunta que pueda examinarse

«Este objeto va deprisa» expresa una impresión; «su posición aumenta dos metros en un segundo en este sistema de referencia» describe un resultado comprobable. Por tanto, la física no comienza eligiendo una fórmula, sino precisando el sistema estudiado, la magnitud buscada y las condiciones de observación. Estudiar un carrito exige decidir si se incluye su carga, definir un origen de posiciones e indicar cómo se mide el tiempo.

Un experimento y un modelo responden a necesidades distintas. El experimento aporta observaciones situadas; el modelo organiza relaciones que permiten explicarlas o prever otros resultados. Un modelo de punto material puede ser útil para el desplazamiento de un carrito sin describir la rotación de sus ruedas. Esta simplificación no es un error si se anuncia y se adapta a la pregunta. Se vuelve engañosa cuando se le exige describir lo que ha dejado deliberadamente de lado.

Para preparar una resolución, escriba cuatro líneas: sistema, sistema de referencia, hipótesis e incógnita. A menudo evitan más errores que una larga lista de fórmulas. Si la incógnita es una energía, obtener únicamente una velocidad todavía no constituye la respuesta.

2. Una magnitud no es ni su número ni su unidad

Una longitud de 1,20 m y otra de 120 cm son idénticas. El número cambia cuando cambia la unidad, mientras que la magnitud sigue siendo la misma. El Sistema Internacional permite relacionar las medidas; aquí sirven de referencias el metro, el segundo y el kilogramo. Hay que distinguir la masa, expresada en kilogramos, del peso, una fuerza expresada en newtons.

Las dimensiones constituyen una comprobación independiente del cálculo numérico. En una relación de la forma distancia =

velocidad × duración, el producto (m/s) × s da efectivamente metros. Una expresión que sume una longitud y un tiempo carece de sentido en este marco. No obstante, una expresión puede tener las dimensiones correctas y seguir siendo físicamente falsa: el análisis dimensional elimina errores, pero no demuestra una ley.

Convirtamos 72 km/h: 72 × 1000 / 3600 = 20 m/s. Olvidar esta conversión antes de calcular una energía cinética amplifica el error, porque la velocidad se elevará al cuadrado. Conserve las unidades en las etapas intermedias: muestran dónde ha cambiado de naturaleza un razonamiento.

3. Medida, dispersión e incertidumbre

Una indicación de 1,20 m no significa que la longitud se conozca exactamente. Pueden intervenir la resolución del aparato, la elección de los puntos inicial y final, la calibración y la lectura. Repetir una medida informa sobre su dispersión; no revela automáticamente un sesgo común a todas las medidas. Un instrumento desajustado puede proporcionar resultados muy próximos entre sí, pero todos desplazados.

Supongamos dos resultados: 1,20 m y 1,21 m. Sin información sobre sus incertidumbres no se puede concluir que los objetos tengan longitudes diferentes. Si el ejercicio indica márgenes de comparación de 0,02 m, sus rangos de valores plausibles se solapan. Esta observación invita a la prudencia; tampoco demuestra la igualdad exacta de las magnitudes. Un margen ilustrativo no debe transformarse en un intervalo de confianza estadístico sin un método que justifique esa interpretación.

La precisión de las cifras debe corresponder a la de los datos. Escribir una aceleración con diez decimales porque los muestra la calculadora no produce diez decimales de información. Conserve

suficientes cifras durante el cálculo y redondee después la respuesta final, explicando la precisión elegida.

4. Describir el movimiento antes de buscar su causa

La posición depende del sistema de referencia. Una persona sentada en un tren está inmóvil respecto al asiento y en movimiento respecto al andén. Elegir el sistema de referencia terrestre para un ejercicio cerca del suelo suele ser cómodo; considerarlo inercial sigue siendo una aproximación que debe discutirse según la escala y la precisión buscadas.

En movimiento rectilíneo, la velocidad media es el desplazamiento dividido por la duración: $v_{moy} = \Delta x / \Delta t$. El desplazamiento tiene orientación; no se confunde con la distancia total recorrida. Una ida y vuelta puede dar un desplazamiento nulo pese a una distancia no nula. La velocidad instantánea es la derivada de la posición: $v(t) = x'(t)$. La aceleración describe la variación de la velocidad: $a(t) = v'(t)$.

Consideremos $x(t) = 0{,}40\ t^2 + 0{,}20\ t$, con x en metros y t en segundos. Los coeficientes llevan las unidades necesarias. Se obtiene $v(t) = 0{,}80\ t + 0{,}20$ y, después, $a(t) = 0{,}80\ m/s^2$. En $t = 2$ s, $x = 2{,}00$ m y $v = 1{,}80$ m/s. Una aceleración constante no significa velocidad constante; indica que la velocidad cambia de manera regular.

5. Un balance de fuerzas pertenece a un sistema

Para un sistema de masa constante en un sistema de referencia inercial, la segunda ley de Newton se escribe en forma vectorial: suma de las fuerzas externas = m × a. Sobre un eje elegido se proyecta esta relación con signos coherentes. Se suman las fuerzas ejercidas sobre el sistema, no las que este ejerce sobre su entorno.

Un carrito de masa 2,0 kg está sometido a una tracción horizontal de 3,0 N y a un rozamiento opuesto de 1,0 N. La resultante horizontal es de 2,0 N; por tanto, la aceleración vale 1,0 m/s² en el sentido de la tracción. Si la tracción y el rozamiento fueran iguales, la aceleración sería nula. Sin embargo, el carrito podría seguir avanzando con velocidad constante. «Avanza, así que la resultante es positiva» es una conclusión incorrecta.

Las fuerzas recíprocas de una interacción actúan sobre dos sistemas diferentes. No se anulan en el balance de uno solo de esos sistemas. Del mismo modo, el peso y la reacción normal del suelo pueden compensarse en una situación concreta sin constituir un par de acción y reacción: las partes que intervienen en sus interacciones no son las mismas.

6. Cambiar de enfoque con la energía

La dinámica relaciona las fuerzas con la aceleración; un enfoque energético puede evitar describir cada instante del movimiento. Para un objeto de masa m que se mueve con una velocidad de módulo v, la energía cinética vale $E_c = (1/2)\ m\ v^2$. En un campo gravitatorio que se supone uniforme, una energía potencial puede escribirse $E_p = m\ g\ h$, con un origen de alturas elegido.

La conservación de la energía mecánica exige las hipótesis adecuadas. Con rozamiento, la energía mecánica puede disminuir mientras sigue teniéndose en cuenta la energía total del sistema y de los intercambios. La transformación en energía interna no es una desaparición de la energía. Hay que precisar la frontera del sistema y las transferencias que la atraviesan.

Un objeto de 2,0 kg que pasa de 5,0 a 10,0 m/s ve aumentar su energía cinética de 25 a 100 J. Duplicar la velocidad cuadruplica esta energía en este modelo. Esto no permite anunciar una

distancia real de frenado sin conocer las fuerzas, la adherencia y las condiciones del movimiento.

7. Una potencia no es una reserva de energía

La potencia media corresponde a una energía transferida por unidad de tiempo: P_moy = E / Δt. Un watt equivale a un julio por segundo. Una lámpara de potencia constante de 5 W utilizada dos horas recibe 10 Wh, es decir, 36 000 J. Por tanto, una energía expresada en Wh y una potencia expresada en W no son intercambiables.

Una batería especificada para 20 Wh podría, en un modelo ideal sin pérdidas, alimentar esta lámpara durante cuatro horas. El cálculo real debe tener en cuenta el rendimiento, la temperatura, los límites de funcionamiento y la energía efectivamente utilizable. El valor ideal proporciona un orden de magnitud, no una promesa de autonomía. No se necesita montar ninguna batería para comprender este razonamiento.

8. Discutir dos modelos sin fabricar una discrepancia científica

Se puede comparar un modelo sin rozamiento con otro que lo incluya. El primero facilita el cálculo y a veces describe adecuadamente una fase corta; el segundo puede reproducir mejor una evolución prolongada. La pregunta no es cuál es siempre «verdadero», sino qué modelo responde a la pregunta con una aproximación aceptable.

Una diferencia entre medida y predicción requiere varios exámenes: cálculo, unidades, protocolo, incertidumbre e hipótesis. No demuestra inmediatamente que la ley estudiada sea falsa. A la inversa, salvar un modelo añadiendo continuamente hipótesis

imposibles de comprobar lo priva de su valor explicativo. Una explicación útil anuncia las condiciones en las que podría fallar.

9. Ejercicios resueltos

Ejercicio A - Signos. Un objeto se desplaza hacia los x positivos a 4 m/s. Su velocidad pasa a ser de 1 m/s después de 3 s. Calcule la aceleración media. **Solución:** $(1 - 4)/3 = -1$ m/s². El signo describe la orientación de la variación de velocidad; no significa que el objeto ya se desplace hacia los x negativos. Su velocidad final sigue siendo positiva.

Ejercicio B - Energía. Un objeto de 0,50 kg se desplaza a 6,0 m/s. ¿Cuál es su energía cinética? **Solución:** $E_c = 0{,}5 \times 0{,}50 \times 6{,}0^2 = 9{,}0$ J. Los dos factores 0,5 y 0,50 corresponden, respectivamente, al coeficiente de la fórmula y a la masa: confundirlos es un error frecuente.

Ejercicio C - Modelo. Una lámpara de 4 W funciona tres horas. Una batería anuncia 15 Wh, de los que se supone que el 80 % es utilizable. **Solución:** necesidad = 12 Wh; energía utilizable = $0{,}80 \times 15 = 12$ Wh. El modelo da justo la cantidad requerida, sin margen. Por tanto, no justifica una autonomía garantizada en condiciones reales.

10. Repaso activo

Sin mirar el texto, defina magnitud, unidad, sistema de referencia y resultante. Explique después por qué una velocidad no nula puede acompañarse de una aceleración nula y por qué una energía mecánica puede disminuir sin desaparición de la energía total. Repita un cálculo conservando las unidades y busque una hipótesis que limite su alcance.

Para una exposición oral, una respuesta sólida incluye una idea, un cálculo o un ejemplo y, después, una limitación. Para un trabajo

escrito, concluya en los términos de la pregunta inicial. Un resultado numérico aislado no muestra ni qué se ha estudiado ni por qué el cálculo es adecuado.

11. Elegir un modelo a partir de una gráfica

Una tabla de medidas no viene con su ecuación. Para decidir si una relación es proporcional, examine primero qué representa el origen. Si un alargamiento x se mide respecto a la longitud en reposo de un resorte, una ley F = kx pasa por el origen en el modelo elástico lineal. Si el instrumento presenta un desplazamiento constante, los datos pueden seguir, en cambio, F = kx + b. El término b no es automáticamente una nueva propiedad del resorte: puede describir un error de cero o una fuerza ya presente. La distinción debe discutirse mediante el protocolo y no elegirse solo porque una recta parezca bonita.

Consideremos los siguientes puntos ficticios: x vale 0,010; 0,020; 0,030 m y F vale, respectivamente, 0,23; 0,43; 0,63 N. Entre dos puntos consecutivos, la variación de fuerza es de 0,20 N para una variación de alargamiento de 0,010 m. Por tanto, la pendiente es de 20 N/m. La relación afín que pasa por estos puntos es F = 20x + 0,03. Interpretar la pendiente como una constante elástica supone que el alargamiento está bien definido y que el régimen lineal es pertinente. Interpretar la ordenada en el origen como un error instrumental exige una comprobación adicional. El cálculo distingue dos parámetros; no decide por sí solo su causa.

Para comprobar una relación $F = kv^2$, representar F en función de v^2 puede hacer más visible la estructura que una gráfica de F en función de v. Una transformación de los ejes es una pregunta dirigida a los datos. No exime de comprobar las unidades y el intervalo en el que se sostiene la hipótesis. Extrapolar una ley ajustada en un intervalo reducido puede producir una predicción muy precisa numéricamente y muy frágil físicamente.

12. Una estimación diferencial de la incertidumbre

Supongamos que una velocidad se calcula mediante v = d/t con medidas independientes de distancia y duración. Una estimación habitual de la incertidumbre estándar combinada, cuando las incertidumbres relativas son pequeñas y el modelo linealizado es adecuado, da u(v)/v = sqrt[(u(d)/d)² + (u(t)/t)²]. Esta relación combina incertidumbres estándar; no es la suma de márgenes máximos garantizados. Una correlación entre las medidas modificaría el cálculo. Por tanto, hay que conocer la naturaleza de los números utilizados antes de introducirlos en esta expresión.

Con d = 2,00 m, u(d) = 0,01 m, t = 1,00 s y u(t) = 0,02 s, la velocidad calculada es de 2,00 m/s. Las contribuciones relativas valen 0,005 y 0,020. Su combinación cuadrática es aproximadamente 0,0206; por tanto, la incertidumbre estándar de la velocidad es de unos 0,041 m/s. En este ejemplo, mejorar únicamente la medida de distancia cambiará poco la incertidumbre global: domina la duración. Esta conclusión orienta un progreso experimental concreto en lugar de multiplicar los decimales.

Es posible trabajar a un nivel más elemental con cotas dadas: si d pertenece a [1,99; 2,01] m y t a [0,98; 1,02] s, entonces d/t pertenece a [1,99/1,02; 2,01/0,98], es decir, aproximadamente [1,951; 2,051] m/s. Este segundo cálculo responde a otra pregunta y utiliza otras hipótesis. Presentar ambos procedimientos como idénticos haría perder la información que aportan. La competencia buscada consiste en elegir y nombrar el método y, después, valorar qué medida conviene mejorar.

Capítulo 2 - Cinemática: describir un movimiento sin confundir sus magnitudes

Referencia histórica - 1638: componer dos movimientos

Los Discorsi de Galileo, publicados en Leiden en 1638, exponen, entre otras cuestiones, el movimiento parabólico de los proyectiles. El Museo Galileo relaciona este resultado con la composición de un movimiento horizontal y una caída uniformemente acelerada. Esta referencia histórica permite comprender la separación de las ecuaciones según dos ejes en el presente capítulo. La forma dibujada de una parábola no demuestra que cualquier objeto real vaya a seguir exactamente esa trayectoria: siempre deben discutirse la resistencia del aire y las condiciones iniciales. La historia de una idea ayuda aquí a entender por qué su demostración debe declarar sus hipótesis.

Referencia del hecho histórico, consultada el 11 de octubre de 2026: Museo Galileo, ficha del aparato que demuestra la trayectoria parabólica, https://catalogue.museogalileo.it/object/ApparatusToDemonstrateParabolicTrajectoryProjectiles.html. Análisis pedagógico LFDP, sin citas textuales ni imágenes reproducidas.

1. El problema y las elecciones necesarias

La cinemática describe dónde se encuentra un sistema y cómo evoluciona su posición. Todavía no busca la fuerza responsable. Esta separación es fructífera: observar una trayectoria permite formular una pregunta dinámica, pero una trayectoria por sí sola no revela todas las interacciones. Una bola que describe una parábola en un vídeo no demuestra, únicamente por su forma, que los rozamientos sean despreciables. Esa hipótesis debe relacionarse con las condiciones y con la precisión de los datos.

Antes del cálculo, identifique el sistema, el sistema de referencia, los ejes espaciales y el origen de los tiempos. El sistema puede ser

un objeto cuyo centro de masas se estudia, una aproximación útil cuando su rotación no es la cuestión. El sistema de referencia es el marco físico respecto al cual se describe el movimiento. Los ejes espaciales proporcionan unas direcciones, un origen y unas coordenadas. El origen de los tiempos define qué significa t = 0: el comienzo de una grabación, el lanzamiento o el paso por una marca. Estas elecciones no son detalles de presentación; fijan el significado de las magnitudes.

Un tren que avanza de manera regular ilustra la dependencia respecto al sistema de referencia. El viajero sentado tiene una posición constante en los ejes del vagón. En los del andén, su posición varía. Dos descripciones distintas pueden ser correctas porque no responden a la misma pregunta. Aquí se adoptará generalmente el sistema de referencia terrestre; su validez como aproximación inercial se discutirá en el capítulo dedicado a las fuerzas. Para empezar, todas las coordenadas se expresan en unos ejes ortonormales fijos y el tiempo en segundos.

2. Posición, trayectoria y desplazamiento

En dos dimensiones, el vector de posición se escribe OM(t) = x(t) e_x + y(t) e_y. Los vectores e_x y e_y representan las direcciones de los ejes. La trayectoria es el conjunto de las posiciones ocupadas; las funciones de posición respecto al tiempo indican, además, cuándo se ocupan. Dos objetos pueden seguir la misma curva a ritmos diferentes. Por tanto, observar solamente una fotografía de esa curva no basta para conocer la velocidad.

El desplazamiento entre dos instantes es la diferencia de los vectores de posición. Depende de los extremos del recorrido, mientras que la distancia recorrida depende de todo el camino. Un caminante recorre 60 m hacia el este y después 40 m hacia el oeste. Su distancia total es de 100 m; su desplazamiento es de 20 m hacia el este. Si el recorrido dura 50 s, su velocidad vectorial

media es de 0,40 m/s hacia el este, mientras que su rapidez media, entendida como distancia dividida por duración, es de 2,0 m/s. Para evitar la ambigüedad, precise cuál de estos dos sentidos se utiliza.

El movimiento rectilíneo se produce sobre una recta, pero puede incluir un cambio de sentido. Una coordenada x(t) que aumenta y después disminuye representa ese cambio sin necesidad de mover el eje. El movimiento circular se define por una trayectoria circular; puede ser uniforme o no. «Uniforme» describe aquí la constancia del módulo de la velocidad. Así, el vocabulario combina una propiedad geométrica de la trayectoria y una propiedad temporal, que deben examinarse por separado.

3. La velocidad como variación de posición

La velocidad media entre t y t + Δt es ΔOM/Δt. La velocidad instantánea es el límite de este cociente cuando Δt tiende a cero, si la posición es derivable. Se escribe v = dOM/dt, por tanto v_x = dx/dt y v_y = dy/dt. El módulo es sqrt(v_x^2 + v_y^2) en nuestros ejes. Sus unidades son metros por segundo. El vector velocidad es tangente a la trayectoria y está orientado en el sentido del movimiento cuando su módulo no es nulo.

Esta definición relaciona una representación gráfica con un cálculo. En una gráfica de x en función de t, la pendiente de una secante proporciona una velocidad media. La pendiente de la tangente proporciona v_x en un instante. Una pendiente negativa significa que la coordenada disminuye; no significa que el módulo de la velocidad sea negativo. En una gráfica de velocidad en función del tiempo, un área algebraica dará un desplazamiento, y no una posición absoluta sin condición inicial.

Consideremos x(t) = 3 + 2t − 0,50t^2, con las unidades adecuadas. Entonces v_x(t) = 2 − t. En t = 1 s, el objeto se mueve en el

sentido positivo; en t = 2 s, su velocidad es nula; en t = 3 s, se mueve en el sentido negativo. Su coordenada en t = 2 s es de 5 m. La velocidad nula en ese instante no elimina su posición ni la evolución posterior. Aquí caracteriza un cambio de sentido, que se demuestra mediante el cambio de signo de v_x alrededor de ese instante.

4. La aceleración describe una variación vectorial

La aceleración es $a = dv/dt$. Sus componentes son las derivadas de las componentes de la velocidad y sus unidades son m/s^2. Puede modificar el módulo de la velocidad, su dirección o ambos. En el ejemplo anterior, $a_x = -1\ m/s^2$. Antes del cambio de sentido, el vector velocidad y la aceleración tienen sentidos opuestos: el módulo de la velocidad disminuye. Después del cambio de sentido, tienen el mismo sentido: el módulo aumenta. Por tanto, una misma aceleración negativa corresponde a dos evoluciones distintas de la rapidez.

Para un movimiento rectilíneo, resulta útil comparar los signos de v_x y a_x. Su producto positivo indica un aumento del módulo de la velocidad, salvo en el punto donde es nulo; su producto negativo indica una disminución. Esta regla no debe trasladarse sin más a un movimiento plano comparando arbitrariamente una sola componente. En ese caso hay que considerar la proyección de la aceleración sobre la dirección de la velocidad.

Una aceleración nula en un intervalo implica una velocidad vectorial constante en ese intervalo. Una aceleración nula en un único instante no basta. Del mismo modo, una velocidad de módulo constante no implica una aceleración nula. El movimiento circular uniforme ofrecerá un contraejemplo decisivo: el vector velocidad gira y su derivada está dirigida hacia el centro. La intuición cotidiana que identifica «acelerar» con «ir más deprisa» debe, por tanto, ampliarse para convertirse en un concepto físico.

5. Construir las ecuaciones del movimiento con aceleración constante

Sobre un eje, si $a_x = a$ es constante y $v_x(0) = v_0$, la integración da $v_x(t) = v_0 + at$. Una segunda integración, con $x(0) = x_0$, da $x(t) = x_0 + v_0t + at^2/2$. Las constantes de integración incorporan las condiciones iniciales. Olvidarlas equivale a resolver otro problema. La expresión solo es válida durante la fase en la que la aceleración se supone constante.

Se puede obtener de nuevo el desplazamiento mediante la gráfica de velocidad: un área de rectángulo v_0t más un área algebraica de triángulo $at^2/2$. Este segundo procedimiento no es una fórmula rival; explica por qué el tiempo aparece al cuadrado. Para comparar dos trayectorias, conserve los mismos orígenes o declare sus diferencias. Dos expresiones con constantes diferentes no son necesariamente incompatibles.

Un móvil parte de $x_0 = 10$ m con $v_0 = 4$ m/s y $a = 2$ m/s². Al cabo de 3 s, su velocidad es de 10 m/s y su posición es de 31 m. El desplazamiento es de 21 m. La velocidad media durante esta fase es $(4 + 10)/2 = 7$ m/s, puesto que la velocidad varía linealmente; multiplicada por 3 s, da el mismo desplazamiento. Utilizar la velocidad final durante toda la duración daría 30 m y sobreestimaría el desplazamiento.

6. Proyectil en un campo uniforme: un modelo explícito

Tomemos un proyectil lanzado desde el origen con una velocidad inicial de módulo v_0 que forma un ángulo α por encima de la horizontal. En el modelo sin resistencia del aire, la aceleración es $(0, -g)$, con g constante. Las condiciones iniciales dan $x(t) = v_0 \cos(\alpha)t$ e $y(t) = v_0 \sin(\alpha)t - gt^2/2$. Los movimientos horizontal y vertical tienen una misma variable temporal; estudiarlos por separado no los hace físicamente independientes.

Si cos(α) no es nulo, se elimina t para obtener y = x tan(α) − gx²/[2v_0² cos²(α)]. La trayectoria es una parábola en este modelo. El punto más alto corresponde a v_y = 0, pero la velocidad horizontal permanece generalmente no nula. El instante de ese punto es v_0 sin(α)/g. Para regresar a la misma altura, el tiempo de vuelo positivo vale el doble de ese valor, y el alcance es v_0² sin(2α)/g. Esta última expresión no se aplica directamente si la llegada y la salida tienen altitudes diferentes.

Con v_0 = 10 m/s, α = 30° y g = 10 m/s², elegido para el ejercicio, se obtiene v_y(0) = 5 m/s, un punto más alto en 0,50 s y una altura máxima de 1,25 m. El regreso al nivel inicial se produce en 1,0 s; el alcance es de aproximadamente 8,66 m. Estos números describen una situación ficticia ideal, no una instrucción para un lanzamiento real. El viento, la forma del objeto y la resistencia del aire pueden modificar considerablemente una trayectoria.

7. Movimiento circular: separar dirección y rapidez

Una posición circular puede parametrizarse mediante x = R cos(ωt) e y = R sin(ωt), con R y ω constantes. La derivación da v_x = −Rω sin(ωt), v_y = Rω cos(ωt), y después un módulo R|ω|. Una segunda derivación da a_x = −Rω² cos(ωt), a_y = −Rω² sin(ωt). Por tanto, la aceleración es opuesta al vector de posición: apunta hacia el centro y su módulo es Rω² = v²/R.

El período es T = 2π/|ω|. En una circunferencia de radio 2 m recorrida en 4 s, el módulo de la velocidad es 2πR/T = π m/s y el de la aceleración π²/2, es decir, aproximadamente 4,93 m/s². El vector velocidad nunca es constante a lo largo de la vuelta, aunque sí lo sea su módulo. Esta aceleración tiene una definición cinemática; el capítulo siguiente buscará qué fuerza resultante puede producirla.

Cuando cambia la rapidez, una componente tangencial se añade a la componente normal. En los ejes locales de la trayectoria, a_t =

dv/dt para el módulo v y a_n = v²/R para una trayectoria circular. Esos ejes locales giran con el movimiento: sus vectores no deben derivarse como si fueran fijos. Esta precisión evita confundir la representación práctica de una aceleración con el cálculo correcto de su derivada.

8. Estimar una velocidad a partir de una grabación

Unas posiciones medidas a intervalos regulares Δt pueden proporcionar una estimación central v(t_i) ≈ [x_(i+1) − x_(i−1)]/(2Δt). Esta expresión utiliza los puntos vecinos; no proporciona directamente los valores en los extremos de la grabación. Disminuir Δt puede describir mejor las variaciones rápidas, pero el ruido de posición adquiere mayor importancia respecto a la diferencia calculada. Por tanto, un muestreo más fino no mejora automáticamente cualquier estimación.

Para x en tres instantes sucesivos igual a 0,12; 0,20; 0,31 m, con Δt = 0,10 s, la velocidad central estimada es (0,31 − 0,12)/0,20 = 0,95 m/s. Las velocidades medias de los dos intervalos son de 0,80 y 1,10 m/s. Su evolución sugiere una aceleración positiva en estos ejes. Con solo tres posiciones inciertas, no constituye una prueba de que la aceleración permanezca constante durante toda la trayectoria.

La aceleración estimada mediante la segunda diferencia es [x_(i+1) − 2x_i + x_(i−1)]/Δt². Aquí vale 3,0 m/s². El denominador al cuadrado hace que la estimación sea sensible a los errores de posición. Antes de interpretar una oscilación brusca de la aceleración, examine la resolución, la calibración y el seguimiento del punto. Una curva calculada no es una observación directa independiente de los datos que la han producido.

9. Ejercicios resueltos y errores que reconocer

A - Ida y vuelta. Un móvil recorre 30 m hacia el este en 10 s, y después vuelve 10 m hacia el oeste en 5 s. Calcule la distancia, el desplazamiento y las dos velocidades medias. **Solución:** distancia de 40 m, desplazamiento de 20 m hacia el este, duración de 15 s. La velocidad vectorial media es 20/15 = 1,33 m/s hacia el este; distancia/duración vale 2,67 m/s. La media simple de 3 y 2 m/s no es adecuada: las duraciones de las fases son diferentes.

B - Parada ideal. Un móvil tiene $v_0 = 6$ m/s y $a_x = -2$ m/s² hasta su primera parada. **Solución:** $v_x = 6 - 2t$ se anula en 3 s. El desplazamiento es $6 \times 3 - 3^2 = 9$ m. Prolongar esta expresión después de 3 s indicaría un movimiento en sentido inverso; esa prolongación solo es válida si realmente sigue aplicándose la misma aceleración. Para un simple frenado que cesa al detenerse, hay que cambiar de fase y de modelo.

C - Punto más alto. En el punto más alto de una trayectoria parabólica ideal, ¿es nula la aceleración? **Solución:** no, sigue siendo $(0, -g)$. Solo es nula la componente vertical de la velocidad. La confusión procede de haber sustituido la derivada de la velocidad por la propia velocidad.

D - Lectura gráfica. Una curva x(t) es una recta de pendiente −3 m/s. **Solución:** el movimiento es rectilíneo uniforme en estos ejes, con $v_x = -3$ m/s y $a_x = 0$. Otra curva $v_x(t)$ de pendiente −3 m/s² describiría una aceleración constante, que es una situación diferente. La denominación de los ejes determina el significado de la pendiente.

10. Repaso y alcance

Para repasar, reconstruya las ecuaciones del movimiento a partir de la aceleración y de las condiciones iniciales, y después compruébelas mediante derivación. Dibuje por separado posición, velocidad y aceleración para un cambio de sentido. Explique el movimiento circular sin recurrir a «la velocidad no cambia»: diga que su módulo permanece constante mientras varía su dirección. Cada descripción debe indicar el sistema de referencia, las unidades y la fase estudiada.

Este capítulo desarrolla razonamientos y ejercicios originales LFDP. Utiliza como marco el programa oficial publicado de física y química, parte de física: https://www.education.gouv.fr/bo/19/Special8/MENE1921249A.htm; anexo consultado el 11 de octubre de 2026: https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8_MENJ_25_7_2019/92/9/spe249_annexe_1158929.pdf. No se reproduce ningún texto del programa, tema de examen ni esquema de terceros. Las situaciones numéricas son ficticias y no deben servir como instrucciones de seguridad vial ni para experimentaciones peligrosas.

Capítulo 3 - Dinámica: relacionar el balance de fuerzas con una aceleración

Referencia histórica - 1687: organizar la mecánica mediante principios

Los Principia de Newton se publicaron en 1687 bajo los auspicios de la Royal Society, que conserva el manuscrito relacionado con la primera edición. Para el lector, este hito permite situar las leyes estudiadas dentro de una construcción matemática de la mecánica, en lugar de una simple lista de recetas numéricas. El procedimiento del capítulo sigue siendo un ejercicio de justificación: elegir el sistema, describir las interacciones, proyectar y después resolver. La importancia histórica de una obra no exime de declarar los límites del marco newtoniano cuando una situación exige otro modelo.

Referencia del hecho histórico, consultada el 11 de octubre de 2026: Royal Society, ficha del manuscrito de los Principia, https://royalsociety.org/blog/2014/07/principia/. Análisis pedagógico LFDP, sin citas textuales ni imágenes reproducidas.

1. Definir qué recibe las fuerzas

Una fuerza describe una interacción ejercida sobre un sistema por otro sistema. Antes de elaborar la lista, elija la frontera que se estudia. Para un libro apoyado sobre una mesa, el sistema puede ser únicamente el libro: la Tierra y la mesa ejercen entonces fuerzas externas. Si se estudian conjuntamente el libro y la mesa, su interacción mutua pasa a ser interna. Por tanto, una lista de fuerzas no puede ser correcta independientemente del sistema elegido. Esta es la primera decisión en un ejercicio de dinámica.

Cada fuerza se representa mediante un vector, caracterizado por su dirección, sentido y módulo, en newtons. Para estudiar la

traslación del centro de masas, la resultante externa es determinante. En problemas de rotación se necesitan los puntos de aplicación y los momentos; esta guía no pretende sustituir un curso completo de mecánica del sólido. Hacer que las flechas converjan en un punto que representa el centro de masas es una convención del esquema, no la afirmación de que todas las interacciones ocurren materialmente en ese lugar.

Enumere los cuerpos que interactúan antes de buscar fórmulas: Tierra, soporte, cable, aire u otro objeto cargado. El movimiento no es uno de esos cuerpos. Por tanto, no existe una fuerza «de avance» que deba añadirse porque un objeto se mueve. El vector velocidad describe el estado del movimiento; las fuerzas describen interacciones capaces de modificar su cantidad de movimiento.

2. Inercia y sistema de referencia inercial

En un sistema de referencia inercial, un sistema aislado o sometido a una resultante externa nula conserva una velocidad vectorial constante. Puede estar en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme. Por tanto, la inercia no es una tendencia especial a detenerse. Las paradas observadas en la vida cotidiana suelen proceder de interacciones con el suelo o el aire. Su presencia constante explica la intuición errónea de que sería indispensable una fuerza para mantener cualquier velocidad.

Un sistema de referencia en traslación rectilínea uniforme respecto a otro inercial también es inercial en la mecánica clásica. Unos ejes unidos a un vehículo que acelera no lo son en las mismas condiciones. Describir una pelota libre como acelerada respecto a ese vehículo no significa que se le haya aplicado una nueva interacción física. Para utilizar la segunda ley en su forma sencilla, elija un sistema de referencia adecuado; de lo contrario, es necesario introducir términos de inercia dentro de una teoría explícita.

El sistema de referencia terrestre es una aproximación habitual para las duraciones y distancias moderadas de un ejercicio escolar. La rotación de la Tierra impone límites a esta aproximación, importantes para ciertos movimientos extensos o muy precisos. Una hipótesis puede ser excelente para un carrito observado durante dos segundos e insuficiente para estudiar la circulación atmosférica. La validez del sistema de referencia depende del problema, no de una etiqueta absoluta de «verdadero» o «falso».

3. Segunda ley y proyección

La cantidad de movimiento es p = mv. La forma general habitual para un sistema material en un sistema de referencia inercial relaciona la resultante externa con dp/dt. Para un sistema cerrado de masa constante, se convierte en suma F_ext = ma. Los problemas de masa variable, como un sistema abierto que expulsa materia, exigen un balance adaptado; no basta con aplicar simplemente ma con una masa que cambia sin examinar los intercambios.

En unos ejes ortonormales fijos, la relación vectorial da una ecuación para cada eje: suma F_x = ma_x, suma F_y = ma_y. Los signos proceden de la proyección, no del nombre de la fuerza. El peso de un objeto sobre un eje vertical ascendente vale −mg; sobre un eje descendente vale +mg. En un modelo sencillo, una fuerza de rozamiento se opone al deslizamiento relativo, pero su signo depende del sentido de ese deslizamiento y del eje elegido.

El método se organiza en seis etapas: indicar el sistema y el sistema de referencia; elaborar el balance de interacciones; elegir los ejes; proyectar las fuerzas; resolver para obtener la aceleración o la incógnita solicitada; interpretar. Si el movimiento está obligado a permanecer sobre un soporte, esa información proporciona una ecuación adicional. No siempre se puede suponer

N = mg antes de proyectar: una tracción inclinada, un plano inclinado o una aceleración vertical modificarían la fuerza normal.

4. Peso, masa y contacto

La masa caracteriza, entre otras propiedades, la inercia en la relación ma; el peso es la fuerza gravitatoria que ejerce la Tierra en el modelo de proximidad P = mg. Una misma masa conserva su valor cuando se cambia de lugar en las situaciones ordinarias de esta guía, mientras que el peso depende del campo gravitatorio. El kilogramo es la unidad de masa, y el newton la de fuerza. Decir que un peso vale «2 kg» mezcla dos magnitudes, aunque el lenguaje cotidiano utilice esa expresión.

La fuerza de contacto de un soporte puede descomponerse en una componente normal y otra tangencial. Sobre un soporte horizontal sin aceleración vertical, un objeto sometido únicamente al peso y al contacto cumple N = mg. Esto no significa que el peso y la reacción constituyan una pareja de acción y reacción: el peso lo ejerce la Tierra sobre el objeto, y la reacción el soporte sobre el objeto. Las fuerzas recíprocas correspondientes las ejerce el objeto sobre la Tierra y sobre el soporte.

Un ascensor ofrece un ejemplo ficticio. Para una persona de masa 60 kg, con g = 10 m/s² para el cálculo, una aceleración ascendente de 1 m/s² da N − mg = ma, y por tanto N = 660 N. Con una aceleración descendente del mismo módulo, N = 540 N. La masa no ha cambiado; la fuerza de contacto sí. Por ello, una báscula basada en esta fuerza de contacto puede indicar un valor diferente cuando se utiliza fuera de las condiciones previstas para su conversión.

5. Rozamiento: una relación que depende del régimen

El rozamiento estático puede impedir un deslizamiento y se adapta, en un modelo sencillo, hasta un módulo máximo μ_s N. Mientras el objeto no se desliza, no es correcto imponer automáticamente f = μ_s N. Si una tracción horizontal de 2 N queda compensada por un rozamiento estático que puede alcanzar ese módulo, la resultante horizontal es nula. El máximo es un límite, no un valor que siempre se alcance.

Cuando el deslizamiento ya se produce, un modelo simplificado de rozamiento entre sólidos utiliza f = μ_k N, orientado contra la velocidad relativa respecto al soporte. Los coeficientes dependen de las superficies y de las condiciones; no son constantes universales garantizadas. El rozamiento del aire responde a otros modelos, por ejemplo, una dependencia respecto a la velocidad o a su cuadrado en determinados intervalos. Confundir estos regímenes produciría un error de mecanismo, aunque las unidades del cálculo siguieran siendo coherentes.

La orientación no siempre es «hacia atrás» en el sistema de referencia terrestre. Una caja arrastrada sin deslizar por una cinta que acelera puede recibir una fuerza de rozamiento en el sentido de su aceleración. La pregunta correcta es qué deslizamiento relativo se impediría o se contrarrestaría. Este ejemplo muestra el interés de definir las dos superficies y su movimiento relativo antes de dibujar la flecha.

6. Plano inclinado: aprovechar la geometría de los ejes

Tomemos un objeto de masa m sobre un plano inclinado de ángulo α. Elijamos un eje paralelo al plano, orientado hacia abajo, y un eje normal hacia el exterior. El peso tiene una componente mg sin(α) a lo largo de la pendiente y una componente −mg cos(α) según la normal. Si el objeto permanece en contacto con el plano y no tiene aceleración normal, la reacción normal es N = mg cos(α). La geometría es más sencilla en estos ejes que con unos ejes horizontal y vertical.

Sin rozamiento, la aceleración a lo largo de la pendiente es g sin(α), independiente de la masa en este modelo. Con un rozamiento de deslizamiento opuesto al descenso, es g[sin(α) − μ_k cos(α)]. Un valor negativo significaría que la velocidad descendente disminuye durante esta fase; no demostraría que el sistema empieza espontáneamente a subir después de detenerse. Al detenerse, deben examinarse el régimen estático y sus condiciones.

En un ejercicio ficticio con m = 2 kg, α = 30°, μ_k = 0,20 y g = 10 m/s², N vale aproximadamente 17,32 N. El rozamiento vale aproximadamente 3,46 N y la componente del peso a lo largo de la pendiente 10 N. Por tanto, la resultante es de aproximadamente 6,54 N, de donde a ≈ 3,27 m/s² hacia abajo. Resulta útil comprobar el orden de magnitud: aquí el rozamiento reduce la aceleración respecto a los 5 m/s² del modelo sin rozamiento. De este ejemplo no se deduce ningún coeficiente real de una superficie.

7. Tensión y sistema compuesto

Una cuerda ideal, de masa despreciable e inextensible, transmite una tensión bajo las hipótesis adecuadas. En un montaje sin polea de masa significativa ni rozamiento, a menudo puede considerarse idéntico el módulo de la tensión a lo largo de un mismo tramo de cuerda. Esta simplificación pertenece al modelo; no es automáticamente válida para una cuerda de masa significativa, elástica o que pasa por un mecanismo que disipa energía.

Dos carritos ficticios, de masas 1 kg y 2 kg, están unidos y se arrastran horizontalmente mediante una fuerza de 6 N, sin rozamiento. Tomando ambos como sistema, la tensión entre ellos es interna: la aceleración es $6/(1 + 2) = 2$ m/s². Si la fuerza tira del carrito de 1 kg, el segundo solo recibe horizontalmente la tensión; $T = 2\times2 = 4$ N. Para el primero, $6 - T = 1\times2$ permite obtener el mismo resultado.

Este doble estudio ilustra una estrategia: el sistema compuesto simplifica el cálculo de una aceleración común, y después un subsistema revela una interacción interna. Sumar todas las fuerzas de los dos dibujos sin distinguir los sistemas equivaldría a contar dos veces la tensión. Elegir una frontera adecuada es, por tanto, un método de resolución, no una formalidad previa al «verdadero cálculo».

8. Una resultante perpendicular a la velocidad

Para un movimiento circular uniforme, la cinemática da una aceleración hacia el centro de módulo v^2/R. La dinámica impone entonces una resultante radial de módulo mv^2/R. La expresión «fuerza centrípeta» designa el papel de esa resultante; no añade una interacción a las fuerzas ya presentes. Según la situación, una tensión, la gravitación o una combinación de contactos puede desempeñar ese papel.

Un objeto de 0,20 kg describe una circunferencia horizontal ideal de radio 0,50 m a 2,0 m/s. La resultante hacia el centro debe valer $0{,}20 \times 2{,}0^2/0{,}50 = 1{,}6$ N. Si una tensión es la única fuerza horizontal, su componente horizontal tiene ese módulo. Todavía hay que tratar el equilibrio vertical. El enunciado debe precisar el montaje; el cálculo radial por sí solo no basta para concluir que la tensión total vale 1,6 N en cualquier configuración.

Una fuerza perpendicular a la velocidad puede modificar su dirección sin cambiar instantáneamente su módulo. Esto prepara la relación con la potencia de una fuerza, definida más adelante mediante el producto escalar F·v. La descripción mediante fuerzas y la descripción mediante energía no se contradicen: examinan distintos aspectos de una misma evolución. Una fuerza cuyo trabajo es nulo no es necesariamente una fuerza cuyo efecto dinámico sea nulo.

9. Campo eléctrico y signo de la carga

En un campo eléctrico uniforme E, una partícula de carga q recibe una fuerza eléctrica F = qE. Para una carga positiva, esta fuerza tiene el sentido del campo; para una carga negativa, tiene el sentido opuesto. Bajo la hipótesis de una única fuerza relevante y de una masa constante, la aceleración es a = qE/m. Una partícula que ya está en movimiento no avanza necesariamente en el sentido de esa aceleración: las condiciones iniciales siguen siendo esenciales.

Para una partícula ficticia de masa $2{,}0 \times 10^{-6}$ kg y de carga $3{,}0 \times 10^{-9}$ C, un campo de $4{,}0 \times 10^{3}$ N/C da una fuerza de $1{,}2 \times 10^{-5}$ N y una aceleración de 6,0 m/s². Con la carga opuesta, solo cambia la orientación de esa aceleración. Por tanto, en unos ejes donde el campo está orientado hacia los x positivos, a_x adopta el signo de q. Las unidades N/C multiplicadas por C dan efectivamente N.

Este ejemplo teórico no describe ni una manipulación eléctrica ni un dispositivo doméstico. Muestra cómo un campo traduce una interacción distribuida en el espacio en una fuerza sobre un objeto de prueba. Para una partícula real muy ligera, deben examinarse el peso, las colisiones o los efectos relativistas según las condiciones; no quedan eliminados por el simple hecho de escribir F = qE.

10. Ejercicios resueltos

A - Fuerza inclinada. Un bloque de 2 kg recibe una tracción de 5 N que forma 30° por encima de la horizontal. Permanece sobre un soporte horizontal, sin rozamiento, con g = 10 m/s². **Solución:** verticalmente, N + 5 sin(30°) − 20 = 0, y por tanto N = 17,5 N. Horizontalmente, a_x = 5 cos(30°)/2 ≈ 2,17 m/s². Imponer N = 20 N ignoraría la componente vertical de la tracción.

B - Resultante nula. Un carrito avanza a 3 m/s con dos fuerzas horizontales opuestas de 4 N. **Solución:** su suma es nula; en el modelo inercial de masa constante, la velocidad permanece constante. El reposo no es la única solución. Si desaparece una de las fuerzas, cambia la fase y la aceleración pasa a ser no nula.

C - Interacción recíproca. Dos objetos se repelen. Uno tiene mayor masa. ¿Son diferentes los módulos de las fuerzas recíprocas? **Solución:** son iguales y sus sentidos son opuestos en la mecánica estudiada. Las aceleraciones pueden ser distintas porque F/m depende de la masa. La igualdad de las fuerzas no impone la igualdad de los efectos sobre dos sistemas diferentes.

D - Contacto imposible. Un cálculo de la reacción normal da N < 0 para un soporte que solo puede empujar. **Solución:** el modelo de contacto permanente se ha vuelto incompatible con la situación. Una reacción normal negativa no constituye un valor físico que pueda conservarse tomando su valor absoluto. Es necesario

examinar una fase de pérdida de contacto con un nuevo balance y nuevas condiciones.

11. Repaso y referencias

Reconstruya un balance sin mirar el dibujo resuelto y compruebe después que a cada fuerza le corresponde un cuerpo que interactúa. Explique por qué el estado de movimiento no es una fuerza, por qué un rozamiento estático no siempre está en su límite y por qué una resultante centrípeta no es una interacción adicional. Para cada proyección, justifique el signo antes de sustituir los símbolos por valores.

Marco de progresión: programa oficial publicado de Terminale, parte de física, https://www.education.gouv.fr/bo/19/Special8/MENE1921249A.htm. Referencias sobre las leyes de Newton: NASA Glenn, https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/newtons-laws-of-motion/. Los razonamientos, ejemplos y ejercicios anteriores son originales LFDP; no se reproduce ningún pasaje, esquema ni tema de examen de terceros. Las hipótesis declaradas pertenecen a las situaciones pedagógicas y no certifican ningún montaje real.

Capítulo 4 - Energía y trabajo: elegir una frontera y seguir las transferencias

Referencia histórica - 1849: relacionar trabajo mecánico y transferencia térmica

Los archivos de la Royal Society conservan un manuscrito de James Prescott Joule fechado el 4 de junio de 1849 y dedicado al equivalente mecánico del calor; se recibió el 6 de junio y se presentó el 21 de junio. Este documento proporciona una referencia concreta para estudiar las relaciones entre trabajo y transferencia térmica. No significa que todo el primer principio estuviera ya contenido en una única fórmula escolar. En esta guía, su alcance pedagógico consiste en recordar que una disminución de la energía mecánica debe llevar a buscar las transferencias y las otras formas de energía, en lugar de concluir que ha desaparecido.

Referencia del hecho histórico, consultada el 11 de octubre de 2026: Royal Society, archivos PT/37/3, https://makingscience.royalsociety.org/items/pt_37_3/paper-on-the-mechanical-equivalent-of-heat-by-james-p-prescott-joule. Análisis pedagógico LFDP, sin citas textuales ni imágenes reproducidas.

1. ¿Por qué un enfoque energético?

La dinámica permite obtener una aceleración y después una trayectoria si se conocen las condiciones iniciales. Algunas preguntas solo requieren una velocidad después de un desplazamiento o una energía transferida. Un enfoque energético puede entonces evitar el cálculo de cada instante del movimiento. No sustituye a las fuerzas en todas las situaciones: la energía cinética depende del módulo de la velocidad y no proporciona por sí sola su dirección.

Tomemos una bola que desciende por una pista ideal. Una ecuación diferencial a lo largo de la pista permitiría describir su movimiento detallado. Si solo se busca la velocidad a una altura dada, el balance de energía puede ser mucho más directo. En cambio, conocer esa velocidad no indica si la bola permanece en contacto en una curva. Esta última pregunta exige una proyección de la segunda ley de Newton. Por tanto, elegir un método consiste en examinar qué información conserva y cuál no proporciona.

La primera precaución es definir el sistema. Un objeto solo, un objeto con la Tierra y un objeto con su soporte no tienen la misma lista de transferencias externas. Una disminución de la energía mecánica de un objeto no significa una pérdida de la energía total de todo lo que lo rodea. La palabra «pérdida» suele designar una energía que se ha vuelto menos útil para el objetivo perseguido, por ejemplo, transformada en energía interna, y no una desaparición física.

2. Trabajo de una fuerza constante

Para una fuerza constante F aplicada a un punto que se desplaza de A a B, el trabajo es W_AB(F) = F·AB = F AB cos(θ), donde θ es el ángulo entre la fuerza y el desplazamiento. El trabajo es una magnitud algebraica, expresada en julios. Es positivo si la fuerza tiene una componente en el sentido del desplazamiento, negativo si esa componente tiene el sentido opuesto y nulo si le es perpendicular.

Una tracción constante de 10 N forma un ángulo de 30° con un desplazamiento horizontal de 3 m. Su trabajo es 10×3 cos(30°), es decir, aproximadamente 26,0 J. El mismo módulo de fuerza en una dirección vertical tendría un trabajo nulo para este desplazamiento horizontal. Por tanto, sumar únicamente los módulos de las fuerzas sería insuficiente: su orientación es indispensable. El producto escalar expresa precisamente esta dependencia.

Para una fuerza variable, se suman trabajos elementales F·dr a lo largo del recorrido; en una dimensión, esto se convierte en una integral de F(x) dx. Un área algebraica bajo una gráfica de F en función de x puede representar ese trabajo. Una región situada bajo el eje contribuye negativamente. La integral no debe sustituirse por «fuerza final por distancia», salvo que una hipótesis permita ese atajo.

3. Teorema de la energía cinética

La energía cinética de un punto material de masa constante es $E_c = mv^2/2$, donde v representa el módulo de la velocidad. Para este modelo en un sistema de referencia inercial, la variación de energía cinética entre A y B es igual a la suma de los trabajos de las fuerzas externas. Escribir $\Delta E_c =$ suma W no supone que la resultante sea constante. No obstante, las fuerzas deben corresponder al sistema estudiado y su trabajo debe evaluarse sobre el desplazamiento pertinente.

El origen de la relación se entiende tomando el producto escalar de ma = suma F con la velocidad v. Como $d(v\cdot v)/dt = 2a\cdot v$, se obtiene $d(mv^2/2)/dt =$ suma $F\cdot v$. La integración respecto al tiempo relaciona la variación de energía con los trabajos. Esta demostración utiliza una masa constante y un modelo de punto material. Un sólido que gira posee también una energía cinética de rotación; reducirla sin justificación a la de su centro de masas sería incompleto.

Un carrito de 2 kg pasa de 1 a 3 m/s. Su variación de energía cinética es $(2/2)(9 - 1) = 8$ J. Si una tracción proporciona 12 J y otra fuerza proporciona −4 J, la suma es efectivamente de 8 J. El teorema no afirma que la tracción haya sido la única fuerza que ha realizado trabajo. También permite determinar el trabajo de una fuerza desconocida cuando se conocen las demás transferencias y las velocidades.

4. Fuerzas conservativas y energía potencial

Una fuerza conservativa permite definir una energía potencial cuya variación es el opuesto de su trabajo: $W_{AB} = -[E_p(B) - E_p(A)]$. Su trabajo solo depende de los extremos, en el dominio considerado. La energía potencial está definida salvo una constante aditiva. Se elige un origen conveniente; las variaciones y los resultados físicos no dependen de ese origen.

En un campo gravitatorio uniforme con un eje vertical ascendente z, $E_p = mgz + \text{constante}$. Una subida de altura h aumenta esta energía en mgh, y el trabajo del peso es −mgh. Un descenso da el signo opuesto. La fórmula contiene la interacción con la Tierra; no debe entenderse como una reserva misteriosa ligada a una altura absoluta sin referencia.

Para un resorte ideal de constante elástica k y elongación x medida respecto a su longitud natural, la fuerza recuperadora es $F_x = -kx$. Una primitiva adecuada da $E_p = kx^2/2$. Es positiva tanto para un alargamiento como para una compresión, con cero en la posición natural. La fuerza apunta hacia esa posición en ambos casos. Esta forma supone un dominio elástico lineal: no describe el comportamiento de un resorte fuertemente deformado o dañado.

5. Conservación y balance de la energía mecánica

La energía mecánica es $E_m = E_c + E_p$ para las interacciones conservativas que se tienen en cuenta. Si solo estas fuerzas realizan trabajo, E_m permanece constante en el modelo. Si unas fuerzas no conservativas realizan trabajo, la variación de energía mecánica corresponde a su trabajo, cuando la descomposición del sistema y de sus interacciones se ha establecido correctamente. Así, un rozamiento sobre un soporte inmóvil puede disminuir E_m.

Una bola ficticia de masa 0,50 kg parte sin velocidad desde 3,0 m por encima del nivel de llegada. Con g = 10 m/s² y sin rotación ni rozamiento, su energía inicial es de 15 J. A la llegada, es completamente cinética: v = sqrt(2gh) = sqrt(60), es decir, aproximadamente 7,75 m/s. La masa se elimina porque multiplica ambas energías. Esta simplificación no significa que todos los objetos reales desciendan de manera idéntica en el aire.

Supongamos ahora un trabajo de rozamiento de −3,2 J durante el descenso. La energía cinética final es de 11,8 J, por tanto v = sqrt(2×11,8/0,50) ≈ 6,87 m/s. La energía mecánica final es menor; la energía total no ha desaparecido. Para describir dónde se ha transferido, hay que ampliar el sistema al soporte y a los intercambios térmicos. Si la bola rueda, una parte de la energía cinética pertenece a la rotación: sería, de nuevo, otro modelo.

6. Distancia ideal de parada y límites de su uso

Un modelo teórico de frenado con una fuerza resistente constante de módulo f sobre un soporte fijo da W = −fd. Si la velocidad inicial es v_0 y la velocidad final es nula, el teorema de la energía cinética conduce a d = mv_0²/(2f). Si f = μmg en un modelo de deslizamiento, la distancia se convierte en v_0²/(2μg). La masa solo se elimina porque la fuerza elegida es proporcional a esa masa.

Esta expresión muestra, dentro del modelo, una dependencia cuadrática respecto a la velocidad inicial. Duplicar v_0 cuadruplica d si μ y g siguen siendo idénticos. No proporciona ninguna distancia real garantizada: no describe el tiempo de reacción, el estado del soporte, la pendiente, el control del frenado, las variaciones de la fuerza ni la interacción con el aire. Un resultado escolar no debe convertirse en una instrucción operativa de conducción.

La distancia recorrida durante una fase previa a velocidad constante es v_0Δt. Puede añadirse a una distancia de frenado si las fases están claramente separadas y el modelo lo justifica. Esta suma ilustra un buen hábito: identificar las fronteras temporales antes de combinar balances. Utilizar una fórmula única introduciendo magnitudes que pertenecen a fases distintas produce a menudo una respuesta sin significado.

7. Resorte e intercambios entre dos formas de energía

Un objeto de masa 0,25 kg está asociado a un resorte ideal de constante elástica 100 N/m. En un modelo horizontal sin rozamiento y sin ningún otro trabajo, una elongación inicial de 0,20 m con el objeto en reposo corresponde a una energía potencial de 2,0 J. Al pasar por la posición de equilibrio, la energía potencial elegida es nula; la energía cinética es de 2,0 J, de donde v = sqrt(2×2,0/0,25) = 4,0 m/s.

El enfoque energético da el módulo de esa velocidad sin calcular el instante del paso. La dirección depende de la fase del movimiento. Un estudio dinámico daría una ecuación de oscilador y permitiría calcular el período. Ambos métodos son complementarios: uno describe una restricción global y el otro la evolución temporal. Es útil saber qué falta antes de creer que el ejercicio está totalmente resuelto.

En la gráfica de la energía potencial, un mínimo corresponde a un equilibrio estable para este sistema unidimensional ideal: un pequeño desplazamiento hace aparecer una fuerza recuperadora. Un máximo corresponde a un equilibrio inestable. Por tanto, afirmar que la fuerza es nula en un punto no basta para calificar la estabilidad. La forma de la energía alrededor del punto proporciona la información necesaria. Después, los rozamientos pueden amortiguar el movimiento sin modificar esta distinción local del modelo conservativo.

8. Potencia, rendimiento y cadena de conversión

La potencia instantánea de una fuerza aplicada a un punto de velocidad v es P = F·v. Su media durante un intervalo es el trabajo dividido por la duración. Un vatio corresponde a un julio por segundo. Una potencia elevada puede proporcionar rápidamente una energía dada; no es una energía total. Por tanto, una reserva expresada en Wh y una potencia expresada en W no deben sumarse ni compararse como magnitudes idénticas.

Un mecanismo ficticio proporciona un trabajo útil de 600 J en 15 s. Su potencia útil media es de 40 W. Con un rendimiento energético de 0,85 para esta fase, la energía recibida es 600/0,85 ≈ 706 J. El rendimiento es la energía útil dividida por la energía recibida, para una frontera y un objetivo definidos. No significa que el resto de la energía haya sido aniquilado: corresponde a transferencias que no sirven al objetivo elegido.

Para dos conversiones sucesivas de rendimientos 0,80 y 0,90, el rendimiento global es 0,72 si las definiciones y las fases son compatibles. No es la media 0,85. Puede entenderse a partir de 100 J recibidos: la primera etapa entrega 80 útiles a la segunda, que entrega 72. Las pérdidas relativas se aplican a cantidades diferentes. Recuperar una parte de las transferencias puede mejorar una cadena, pero no permite eludir la conservación de la energía.

9. Elegir entre fuerzas y energía

Utilice un enfoque mediante fuerzas si la pregunta trata sobre la aceleración, la dirección, la reacción de un soporte o una tensión. Utilice un enfoque energético si los trabajos pueden calcularse fácilmente y la pregunta trata sobre una velocidad, una altura o una transferencia. A menudo se necesitan ambos. En una trayectoria circular, la energía puede determinar la rapidez a una altura; la proyección radial determina después el contacto necesario.

Una dificultad particular aparece cuando el trabajo de una fuerza de contacto depende del movimiento del soporte. El rozamiento no siempre realiza un trabajo negativo sobre cada objeto en cualquier sistema de referencia. Una cinta que arrastra una caja puede proporcionarle energía. La disipación global debe estudiarse considerando ambos sistemas y su movimiento relativo. Este matiz evita convertir una propiedad frecuente del rozamiento sobre un suelo fijo en una regla absoluta mal aplicada.

El cálculo energético exige también coherencia del sistema de referencia: la energía cinética depende de la velocidad en el sistema de referencia elegido. Un mismo objeto no tiene la misma energía cinética para un observador que lo acompaña y para un observador en el suelo. Los balances siguen siendo coherentes si todas las magnitudes se definen en el mismo marco. Mezclar velocidades de sistemas de referencia distintos en una única ecuación no produce una conservación utilizable.

10. Ejercicios resueltos

A - Trabajo nulo. Una fuerza de 8 N permanece perpendicular a un desplazamiento de 5 m. **Solución:** el trabajo es nulo, puesto que cos(90°) = 0. Sin embargo, esta fuerza puede cambiar la dirección de la velocidad. Por tanto, el trabajo nulo no demuestra una aceleración nula.

B - Altura. Un objeto puntual de 0,20 kg posee 4,0 J de energía cinética antes de una subida ideal sin rozamiento. Con g = 10 m/s², ¿hasta qué incremento de altura puede subir si toda esa energía se convierte en potencial? **Solución:** mgh = 4,0 da h = 2,0 m. Hay que suponer que ninguna otra forma de energía ni restricción modifica el balance. El cero de altura elegido no cambia esta diferencia.

C - Fuerza variable. Sobre un eje, una fuerza es F_x(x) = 6x, con x en metros y el coeficiente en N/m. Calcule su trabajo de x = 0 a x = 2 m. **Solución:** integrar 6x da 3x²; el trabajo es de 12 J. Utilizar la fuerza final de 12 N sobre 2 m daría 24 J, porque la fuerza no ha tenido su valor final durante todo el recorrido.

D - Rendimiento. Una cadena recibe 500 J, transmite 400 a una segunda etapa y proporciona finalmente 300 J útiles. **Solución:** los rendimientos son 400/500 = 0,80 y 300/400 = 0,75; su producto 0,60 es igual a 300/500. Las dos transferencias no útiles son de 100 J cada una en este ejemplo, pero sus rendimientos relativos son distintos.

E - Conclusión imposible. Dos objetos tienen la misma energía cinética. ¿Tienen la misma velocidad? **Solución:** no necesariamente, porque E_c depende también de la masa. Para una energía de 10 J, una masa de 1 kg tiene una velocidad sqrt(20); una masa de 4 kg tiene una velocidad sqrt(5), dos veces menor. Una igualdad de magnitud no permite aislar un parámetro sin conocer los demás.

11. Repaso y fuentes

Para repasar, escriba un balance con símbolos antes de cualquier sustitución numérica. Justifique el signo de los trabajos, nombre las interacciones a las que corresponde cada energía potencial e indique las condiciones de conservación. Explique después qué no permite determinar un resultado energético. El objetivo es elegir un método adecuado en lugar de buscar a toda costa una fórmula en la que puedan introducirse todos los datos.

Referencias de marco y de unidades: Ministerio de Educación Nacional, programa publicado de Terminale, https://www.education.gouv.fr/bo/19/Special8/MENE1921249A.htm; BIPM, folleto del SI, https://www.bipm.org/en/publications/si-brochure/, consultados el 11 de octubre de 2026. El desarrollo, las demostraciones y los ejercicios son originales LFDP. Las situaciones ficticias de este capítulo no prescriben ningún montaje eléctrico, experimento de frenado ni manipulación de un resorte que comporte riesgo.

Capítulo 5 - Gravitación y órbitas: comprender un movimiento de caída permanente

1. Una interacción a distancia y un modelo

La gravitación newtoniana describe una atracción entre dos masas. Para dos objetos asimilados a puntos, de masas M y m separados por una distancia r, el módulo de la fuerza es GMm/r^2. La constante G es universal en este modelo; no debe confundirse con g, que describe un campo gravitatorio local. Los dos objetos reciben fuerzas recíprocas del mismo módulo y de sentidos opuestos.

La asimilación a puntos exige una justificación. En el exterior de un cuerpo perfectamente esférico y con una distribución esférica de masa, su campo gravitatorio es el de una masa concentrada en el centro. Un cuerpo real puede presentar desviaciones en su forma y distribución. Para cálculos escolares de órbitas, a menudo se adopta esta aproximación; para una navegación espacial precisa, puede ser insuficiente. Un resultado no gana precisión física simplemente porque se empleen muchas cifras en el cálculo.

Elijamos un vector unitario e_r dirigido desde el centro atractor hacia el satélite. La fuerza ejercida sobre el satélite se escribe $F = -GMm\, e_r/r^2$. El signo menos expresa la atracción. En un sistema de referencia centrado en el objeto masivo, considerado aproximadamente fijo e inercial, la aceleración del satélite es $a = -GM\, e_r/r^2$. La masa m se elimina en esta relación; permanece presente en la energía o la fuerza. Las condiciones del sistema de referencia y la ausencia de otras interacciones son hipótesis que deben declararse.

2. Del campo gravitatorio al peso cerca del suelo

El campo gravitatorio creado por la masa M a la distancia r tiene un módulo GM/r². Cerca de una superficie esférica de radio R, puede escribirse g ≈ GM/R² si se desprecian los efectos de rotación y las particularidades locales. A una altitud h, la distancia al centro es R + h, y no h. Olvidar el radio del cuerpo atractor haría divergir artificialmente la fuerza cuando la altitud tiende a cero.

La razón entre los campos a la altitud h y en la superficie es [R/(R + h)]². Para h = R, esta razón es 1/4. A una altitud pequeña respecto a R, el campo varía poco y la hipótesis de un campo gravitatorio uniforme puede ser pertinente. Esta aproximación tiene un dominio de validez; no debe prolongarse a distancias comparables al radio sin examinarlas.

En un ejercicio con R = 6,0×10^6 m y h = 3,0×10^5 m, la razón es (6,0/6,3)² ≈ 0,907. Por tanto, el campo es aproximadamente un 9,3 % menor que el de la superficie del modelo. Este resultado describe los datos ficticios propuestos, no una medida de un lugar real. Muestra, sobre todo, por qué una altitud pequeña a escala humana puede producir un cambio no despreciable a la escala del cálculo orbital.

3. Órbita circular: conciliar velocidad tangencial y aceleración radial

En una órbita circular uniforme de radio r, la cinemática impone una aceleración de módulo v²/r hacia el centro. Como la gravitación es la única fuerza considerada, se igualan v²/r y GM/r². Se obtiene v = sqrt(GM/r). La velocidad es tangencial, mientras que la fuerza y la aceleración son radiales. No se oponen a la velocidad ni la frenan en este modelo; cambian su dirección.

Una órbita puede entenderse como una caída que continúa alrededor del cuerpo atractor. El objeto no está fuera de la acción

de la gravedad. Una velocidad horizontal adecuada y la curvatura del campo dan una trayectoria que no encuentra la superficie en el modelo. Esta explicación es una imagen conceptual; construir una órbita real exige muchas más restricciones de trayectoria, propulsión y entorno.

El período es T = 2πr/v, por tanto T = 2π sqrt[r³/(GM)]. Definiendo μ = GM, se puede calcular sin separar ambos parámetros. Para un ejercicio ficticio con μ = 4,00×10^14 m³/s² y r = 8,00×10^6 m, la velocidad es de aproximadamente 7,07×10^3 m/s. El período es de aproximadamente 7,11×10^3 s, es decir, unos 118 min. La comprobación dimensional de sqrt(μ/r) da efectivamente m/s.

4. Comparar dos órbitas sin repetir todos los cálculos

Alrededor de un mismo centro atractor, v es proporcional a r^−1/2 y T a r^3/2 para unas órbitas circulares ideales. Si el radio se multiplica por cuatro, la velocidad se divide por dos y el período se multiplica por ocho. Este razonamiento mediante razones reduce el riesgo de error y revela la estructura de las leyes. Una órbita grande puede recorrerse más despacio y, a la vez, requerir un tiempo mucho mayor para una vuelta.

El radio orbital y la altitud no son intercambiables. Si dos altitudes están en razón de cuatro, sus radios R + h generalmente no lo están. Por tanto, el razonamiento anterior debe referirse a las distancias al centro. Escribir el símbolo r y recordar su definición antes del cálculo evita esta confusión frecuente.

También es posible obtener μ a partir de un período y un radio medidos: μ = 4π²r³/T². Esta relación estima un parámetro gravitatorio bajo las hipótesis del modelo. No proporciona directamente la masa si no se conoce G y se omiten las demás condiciones. El estudio de la precisión también sería importante: un pequeño error relativo en r se amplifica por la potencia tres.

5. Las leyes de Kepler y su alcance

Las leyes de Kepler describen las órbitas planetarias idealizadas: elipse con el centro atractor en un foco, áreas iguales barridas en duraciones iguales y relación entre el cuadrado del período y el cubo del semieje mayor. Las dos primeras se publicaron en 1609 y la tercera en 1619. Esta referencia histórica, confirmada por la presentación oficial de la NASA, muestra una distinción entre describir una regularidad a partir de observaciones y explicar después su estructura mediante un modelo de interacción.

Para una órbita elíptica, la distancia al centro varía. La velocidad es mayor cerca del punto más próximo y menor cerca del punto más alejado. Por tanto, la ley de las áreas impide tratar todas las órbitas elípticas como movimientos uniformes. La elipse tiene dos focos; en el modelo, el centro atractor está en uno de ellos, no en el centro geométrico de la elipse.

La tercera ley se escribe $T^2/a^3 = 4\pi^2/[G(M + m)]$ para un problema newtoniano ideal de dos cuerpos, con a como semieje mayor de su órbita relativa. Si m es despreciable respecto a M, a menudo se utiliza GM en el denominador. Para una órbita circular, a se convierte en r. La relación $T^2 = a^3$ solo es válida con unas unidades y un sistema adecuados; no es una igualdad universal entre segundos al cuadrado y metros al cubo.

6. Una energía potencial adaptada a las grandes distancias

En el modelo newtoniano central, a menudo se elige una energía potencial nula a distancia infinita: $E_p(r) = -GMm/r$. Es negativa a distancia finita. Este valor negativo no es un defecto: el origen de la energía potencial es convencional. La fuerza radial se obtiene de nuevo mediante $F_r = -dE_p/dr = -GMm/r^2$.

La elección $E_p = mgz$ cerca del suelo es una aproximación local de la variación de esta energía. No se debe utilizar mgh con g

constante para un cambio de distancia arbitrariamente grande. Cerca de una superficie, la variación puede linealizarse; lejos de ella, la dependencia en 1/r se vuelve importante.

En una órbita circular, $v^2 = GM/r$ da $E_c = GMm/(2r)$. Por tanto, la energía mecánica total es $E_m = -GMm/(2r)$. Es negativa para esta órbita ligada. Esta relación no permite deducir un radio circular de cualquier energía sin examinar la forma de la trayectoria y la velocidad. Para una órbita elíptica ligada, el semieje mayor interviene en una fórmula análoga, pero la distancia instantánea varía.

7. Velocidad de escape: un umbral energético ideal

En un modelo sin atmósfera y con un centro atractor aislado, la velocidad mínima que permite alcanzar el infinito con una velocidad final que tiende a cero se calcula mediante $E_m = 0$. Al partir a la distancia r, $mv^2/2 - GMm/r = 0$, por tanto $v_{lib} = \sqrt{2GM/r}$. Vale $\sqrt{2}$ veces la velocidad circular a esa misma distancia.

Esta expresión no describe la velocidad de un cohete durante toda una misión ni un protocolo de lanzamiento. La propulsión puede actuar progresivamente; la atmósfera y otros cuerpos modifican las restricciones. La relación proporciona un umbral para un objeto impulsado y después dejado sin propulsión dentro de un modelo preciso. Sustituirla por una «velocidad obligatoria de cualquier cohete» sería una interpretación errónea.

Con los datos ficticios $\mu = 4{,}00 \times 10^{14}\ m^3/s^2$ y $r = 8{,}00 \times 10^6\ m$, la velocidad ideal de escape es $1{,}00 \times 10^4\ m/s$, mientras que la velocidad circular es de aproximadamente $7{,}07 \times 10^3\ m/s$. La diferencia procede del destino energético: permanecer ligado en una circunferencia o alcanzar una distancia arbitrariamente grande. Los dos cálculos responden a preguntas distintas.

8. Ingravidez y movimiento común

En una cabina en caída libre, los objetos y las personas tienen aceleraciones gravitatorias próximas. La fuerza de contacto que sostenía a una persona en el suelo puede volverse muy pequeña. Esta situación suele llamarse ingravidez; no demuestra la desaparición del campo gravitatorio. El estudio del contacto y el de la gravitación deben separarse, como en el ejemplo del ascensor del capítulo de dinámica.

En un sistema de referencia orbital ideal, puede construirse una descripción en la que ciertas fuerzas de inercia compensen la gravitación. Esto no convierte esas fuerzas en interacciones adicionales dentro del sistema de referencia inercial inicial. Utilizar simultáneamente términos de ambas descripciones sin precisar el sistema de referencia lleva a contarlos dos veces. Para el nivel tratado aquí, la descripción mediante una aceleración gravitatoria centrípeta sigue siendo el camino más directo.

El campo no es perfectamente uniforme a través de un sistema extenso. Las diferencias de aceleración gravitatoria entre puntos contribuyen a los efectos de marea. Una cabina suficientemente pequeña puede despreciarlos en un ejercicio sencillo; un problema más preciso debe tenerlos en cuenta. Por tanto, la aproximación de movimiento común no pretende que todos los puntos de cualquier objeto tengan exactamente la misma aceleración en el espacio.

9. Órbita sincronizada y condiciones adicionales

Una órbita cuyo período es igual al de rotación de un astro está sincronizada con esa rotación en sentido temporal. Para permanecer sobre un mismo punto del ecuador en el modelo sencillo, hace falta, además, una órbita circular, en el plano ecuatorial y en el mismo sentido de rotación. La igualdad de los períodos por sí sola no garantiza una posición aparente fija.

La relación $r^3 = \mu T^2/(4\pi^2)$ permite calcular un radio sincronizado ideal cuando se dan μ y T. No proporciona directamente la altitud: después debe restarse el radio del astro. El ejercicio debe distinguir un período de rotación de un día civil definido arbitrariamente si se exige una precisión importante. Elegir 24 horas sin examinar el dato proporcionado puede introducir una desviación conceptual.

Incluso dentro de ese modelo, una señal tarda un tiempo no nulo en recorrer la distancia. La propagación y el movimiento orbital son dos cuestiones distintas. Un satélite que parece fijo no está inmóvil en un sistema de referencia centrado en el astro; completa una revolución. El calificativo «fijo» siempre debe vincularse al observador o al sistema de referencia considerado.

10. Modelo newtoniano y modelos más precisos

La gravitación newtoniana es muy útil para numerosos cálculos de mecánica celeste. No constituye una descripción suficiente de todos los fenómenos gravitatorios. Unas exigencias de precisión o unos campos particulares requieren otros modelos, especialmente relativistas. Reconocer este límite no hace inútiles los ejercicios newtonianos: un modelo puede ser pertinente en un dominio sin ser universal.

Por tanto, la oposición útil no es, sin matices, «teoría antigua falsa frente a teoría nueva verdadera». Se examinan las predicciones, las condiciones y la precisión. Un problema escolar declarado de dos cuerpos desprecia deliberadamente otras atracciones; un programa de misión puede incluir múltiples perturbaciones. La elección depende del objetivo y de la tolerancia a las desviaciones.

En un informe, distinga parámetros dados, parámetros medidos y resultados calculados. Si se ha utilizado un período para ajustar μ, obtener después ese mismo período con ese μ no es una

comprobación independiente. Hace falta otra observación o una predicción que no se haya utilizado en el ajuste. Este punto relaciona la mecánica orbital con el método general de validación del capítulo inicial.

11. Ejercicios resueltos

A - Altitud. Un astro tiene un radio R; un satélite se encuentra a la altitud 2R. Compare su campo con el de la superficie. **Solución:** su distancia al centro es 3R, por tanto la razón es 1/9. Utilizar 2R daría 1/4 y confundiría altitud y radio orbital.

B - Período. Dos satélites ficticios describen circunferencias alrededor del mismo astro, con r_2 = 9r_1. **Solución:** v_2/v_1 = 1/3 y T_2/T_1 = 27. Las razones proceden de las potencias −1/2 y 3/2. La masa de los satélites se supone despreciable respecto a la del centro atractor.

C - Masa del satélite. ¿Duplicar m conservando r y M modifica la velocidad circular? **Solución:** no en la aproximación en la que M es fija y dominante, porque m se elimina en la ecuación de aceleración. En cambio, la fuerza y las energías se duplican. Confundir velocidad y fuerza ocultaría esta distinción.

D - Unidades. Compruebe la dimensión de μ. **Solución:** puesto que a = μ/r², μ tiene la dimensión longitud³/tiempo². En $T^2 = 4\pi^2 r^3/\mu$, el cociente tiene, por tanto, la dimensión tiempo². Un dato expresado en km³/s² debe convertirse antes de un cálculo que utilice metros.

E - Interpretación. Un objeto tiene E_m > 0 en el modelo central aislado. ¿Se puede afirmar que sigue una circunferencia? **Solución:** no; una órbita circular ligada tiene E_m < 0 con el origen elegido en el infinito. La energía positiva es compatible con una trayectoria no ligada, bajo las demás condiciones del modelo. La dirección de la velocidad y el momento angular siguen siendo necesarios para precisar esa trayectoria.

12. Repaso y fuentes

Obtenga de nuevo la velocidad circular y el período a partir de Newton y de la aceleración centrípeta. Explique por qué la gravitación sigue presente en la ingravidez, por qué la altitud debe sumarse al radio del astro y por qué un período sincronizado no basta para que un satélite parezca fijo. Concluya cada cálculo con una frase que relacione el resultado con las hipótesis.

Referencia oficial para las leyes de Kepler y las fechas 1609 y 1619: NASA Science, https://science.nasa.gov/solar-system/orbits-and-keplers-laws/, consultada el 11 de octubre de 2026. El presente desarrollo matemático, las comparaciones y los ejercicios son originales LFDP; no se reproduce ningún relato histórico, imagen ni pasaje de esa página. El programa publicado de Terminale, parte de física, proporciona el marco escolar: https://www.education.gouv.fr/bo/19/Special8/MENE1921249A.htm. Los parámetros numéricos explícitamente ficticios no son medidas de la Tierra ni una trayectoria operativa.

Capítulo 6 - Fluidos: presión, caudal y límites de los modelos de flujo

Referencia histórica - 1648: comparar una presión según la altitud

El Récit de la grande expérience de l'équilibre des liqueurs de Pascal, publicado en 1648, relata el experimento realizado según sus indicaciones por Florin Périer en el puy de Dôme. La BnF destaca que la altura de la columna de mercurio disminuía con la altitud. Este resultado constituye un ejemplo histórico de una comparación capaz de distinguir entre explicaciones: el peso del aire pasa a ser una causa que examinar, en lugar de invocar un horror al vacío. Los cálculos de este capítulo son distintos de aquel experimento. No requieren manipular mercurio ni reproducir un aparato antiguo.

Referencia del hecho histórico, consultada el 11 de octubre de 2026: BnF, presentación de la edición original del Récit, https://www.bnf.fr/fr/etienne-klein-resident-musee. Análisis pedagógico LFDP, sin citas textuales ni imágenes reproducidas.

1. Describir un medio sin seguir cada molécula

Un fluido puede fluir y deformarse bajo el efecto de los esfuerzos. Los líquidos y los gases presentan diferencias importantes, especialmente de compresibilidad. En una descripción macroscópica se utilizan magnitudes locales como presión, densidad, temperatura y velocidad. Este enfoque trata el medio como continuo a la escala pertinente; no pretende que la materia carezca realmente de estructura microscópica.

La densidad ρ es una masa dividida por un volumen, en kg/m³. Puede variar con la temperatura, la presión o la composición. La hipótesis de un fluido incompresible significa aquí que las

variaciones de densidad son despreciables en el problema. No afirma que ningún líquido real pueda comprimirse. Para un gas, esta aproximación puede resultar adecuada en algunos flujos lentos, pero debe examinarse y no aplicarse por costumbre.

Un flujo estacionario presenta, en cada punto fijo, magnitudes que no varían con el tiempo. Esto no significa que las partículas del fluido estén inmóviles. Una partícula puede pasar por zonas de velocidades distintas en un flujo estacionario. Separar una evolución observada en un punto de la que se sigue a lo largo de una partícula prepara una lectura correcta de Bernoulli y de las líneas de corriente.

2. Presión y fuerza: precisar la superficie y el sentido

La presión corresponde a una fuerza normal por unidad de superficie en el modelo hidrostático. Su unidad SI es el pascal: 1 Pa = 1 N/m². Sobre una pequeña superficie plana de presión uniforme, el módulo de la fuerza de presión es pA. Para una superficie extensa sobre la que varía la presión, hay que sumar las contribuciones locales; una presión medida en un único punto no es automáticamente representativa de toda la superficie.

La fuerza de presión es normal a la superficie. Sobre dos caras opuestas de un objeto, las fuerzas pueden compensarse en gran parte. Por tanto, una presión absoluta elevada no da necesariamente una gran resultante: esta suele depender de una diferencia de presión. Para una placa que separa dos medios de presiones uniformes p_1 y p_2, la resultante normal tiene un módulo |p_1 − p_2|A, en el sentido impuesto por la presión más elevada.

Con una diferencia de presión de 5 000 Pa y una superficie de 10 cm², es decir, 0,0010 m², la fuerza resultante es de 5,0 N. Utilizar directamente 10 daría un factor erróneo de diez mil. Las

conversiones de áreas merecen especial atención: 1 cm² vale 10^−4 m², porque el factor de longitud se eleva al cuadrado. Un hectopascal vale 100 Pa y un bar 100 000 Pa; estas unidades no deben confundirse.

3. Estática de un líquido de densidad constante

Tomemos un líquido en reposo, de densidad constante, dentro de un campo gravitatorio uniforme. Con un eje vertical z orientado hacia arriba, la presión cumple dp/dz = −ρg. Esta expresión puede obtenerse equilibrando una pequeña columna: la diferencia de las fuerzas de presión compensa el peso. Entre dos niveles, p_2 − p_1 = −ρg(z_2 − z_1). Por tanto, la presión aumenta al descender.

A una profundidad h bajo una superficie de presión p_0, la presión es p = p_0 + ρgh. El término ρgh es una diferencia de presión respecto a la superficie, no necesariamente la presión absoluta. Para ρ = 1 000 kg/m³, g = 10 m/s² y h = 0,50 m en un ejercicio, esta diferencia es de 5 000 Pa. Si p_0 = 100 000 Pa, la presión absoluta es de 105 000 Pa.

En un líquido homogéneo en reposo y conectado, dos puntos de la misma altitud tienen la misma presión bajo estas hipótesis. La forma del recipiente no interviene directamente en la diferencia hidrostática. Por tanto, una columna estrecha y un depósito ancho pueden producir la misma presión a la misma profundidad. Esto no significa que contengan la misma masa ni que las fuerzas sobre todas sus paredes sean idénticas.

El resultado no se aplica sin modificación a una densidad que varía mucho con la altitud, a un fluido acelerado o a un flujo. Por ejemplo, en la atmósfera, ρ generalmente no es constante a lo largo de una gran diferencia de altitud. Una ley sencilla puede ser pertinente para una pequeña altura y volverse insuficiente cuando cambia la escala.

4. Empuje de Arquímedes y volumen desplazado

La presión es mayor debajo de un objeto sumergido que encima. La suma de las fuerzas de presión produce una resultante ascendente igual al peso del fluido desplazado en el modelo hidrostático. Su módulo es ρ_f gV_immergé para un fluido homogéneo, con ρ_f como densidad del fluido. El volumen pertinente es el volumen sumergido, no necesariamente el volumen total del objeto.

Para un bloque prismático totalmente sumergido, se puede entender la fórmula sin seguir una superficie curva. Las fuerzas laterales se compensan. Si la altura es h y la superficie horizontal A, la diferencia de presión entre abajo y arriba es ρ_f gh. Por tanto, la resultante es ρ_f ghA = ρ_f gV. Esta demostración explica por qué la forma detallada no es el factor principal en la relación general.

Un objeto ficticio de masa 0,60 kg y volumen total 0,0010 m³ está totalmente sumergido en un líquido de densidad 1 000 kg/m³, con g = 10 m/s². Su peso es de 6,0 N y el empuje de 10 N. Si ninguna otra fuerza lo retiene, la resultante vertical inicial es ascendente. Para flotar en equilibrio, debe desplazar 0,60 kg de líquido, es decir, 0,00060 m³: el 60 % de su volumen está sumergido. Esto no significa necesariamente el 60 % de su altura si su sección varía.

La flotabilidad depende de la densidad media y del volumen disponible para desplazar fluido, no solo del material de una pared. Por tanto, un objeto hueco puede flotar aunque el material que lo constituye sea más denso que el líquido. Este razonamiento no certifica ninguna capacidad de carga real: la estabilidad, la estanqueidad, el movimiento del fluido y la resistencia mecánica son otras cuestiones.

5. Caudal volumétrico y conservación de la masa

El caudal volumétrico Q es un volumen que atraviesa una sección por unidad de tiempo, en m³/s. Si resulta adecuada una velocidad uniforme normal a una sección A, Q = Av. Si la velocidad varía sobre la sección, puede utilizarse una velocidad media apropiada o una integral. Por tanto, la fórmula sencilla no significa que todas las partículas avancen a la misma velocidad en una conducción real.

Para un flujo estacionario sin acumulación ni fuga, la masa entrante por unidad de tiempo es igual a la saliente. El caudal másico es ρQ en una sección uniforme. Si la densidad es constante, se obtiene Q_1 = Q_2 y A_1v_1 = A_2v_2. Para un fluido compresible, hay que conservar ρ_1A_1v_1 = ρ_2A_2v_2; eliminar las densidades sin justificación modificaría el balance.

Un caudal ficticio de 0,0020 m³/s atraviesa una sección de 0,0040 m²: la velocidad media es de 0,50 m/s. En una sección cuatro veces menor, 0,0010 m², es de 2,0 m/s si se conservan el caudal y la densidad. El caudal es de 2,0 litros por segundo, puesto que 1 litro vale 10^−3 m³. Aquí el estrechamiento aumenta la velocidad media, no la cantidad de líquido que pasa cada segundo.

En una bifurcación, el caudal entrante es la suma de los caudales salientes si se aplica el mismo modelo incompresible y estacionario. La igualdad de presión en las ramas no garantiza caudales idénticos: las longitudes, los diámetros y las pérdidas de carga pueden ser diferentes. La conservación fija una restricción global; no proporciona todas las relaciones necesarias para la distribución.

6. Bernoulli: una conservación condicional

Para un flujo estacionario, incompresible y sin disipación viscosa significativa, una forma de Bernoulli se escribe $p + \rho g z + \rho v^2/2 =$ constante a lo largo de una línea de corriente, en ausencia de aporte o extracción de trabajo entre los puntos considerados. Los tres términos tienen la dimensión de una presión. Esta relación no es una regla universal que afirme que cualquier velocidad elevada implica en todas partes una presión baja.

A igual altitud, da $p_2 - p_1 = (\rho/2)(v_1^2 - v_2^2)$. Para las velocidades 0,50 y 2,0 m/s del ejemplo anterior, con $\rho = 1\,000$ kg/m³, la diferencia es $500(0{,}25 - 4) = -1\,875$ Pa. La presión estática del segundo punto es menor en este modelo. La relación tiene un dominio declarado: no determina por sí sola las pérdidas en una conducción real larga.

El término $\rho v^2/2$ se denomina a veces presión dinámica. No debe confundirse con una presión estática medida mediante cualquier dispositivo. Un instrumento, su orientación y la manera en que perturba el flujo determinan lo que mide. La expresión matemática y la observación experimental deben relacionarse mediante un protocolo, como en los demás modelos de la guía.

Las hipótesis están confirmadas por la presentación oficial de NASA Glenn sobre Bernoulli, consultada el 11 de octubre de 2026: https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/bernoullis-equation/. Los desarrollos y los números propuestos aquí son originales; no se reproduce ningún esquema ni demostración de esa página.

7. Depósito y velocidad ideal de salida

Consideremos un depósito cuya superficie libre es muy grande respecto a la de un pequeño orificio. En un modelo ideal, puede despreciarse la velocidad de la superficie, las presiones en la superficie y en la salida son idénticas y el flujo se trata como casi estacionario. Bernoulli da v_sortie = sqrt(2gh), donde h es la diferencia de nivel entre la superficie y el orificio. Esta relación suele denominarse ley de Torricelli.

Con h = 1,25 m y g = 10 m/s² para el cálculo, la velocidad ideal es de 5,0 m/s. Si la superficie libre desciende, h varía y también la velocidad ideal. Por tanto, no se puede conservar este valor durante todo un vaciado sin discutir la evolución del nivel. El caudal depende todavía de la sección efectiva y de las desviaciones respecto al modelo ideal, especialmente la contracción del flujo y las pérdidas.

La semejanza con la velocidad adquirida en una caída libre desde la misma altura revela una estructura energética común. No implica que todo el flujo sea idéntico al movimiento de un punto material. La presión, la geometría, la continuidad y el contacto con las paredes aportan condiciones propias del fluido. Una analogía es útil cuando se precisa qué compara y qué deja de lado.

8. Viscosidad y pérdidas de carga

La viscosidad expresa la resistencia asociada a las deformaciones y a las diferencias de velocidad entre capas de fluido. Puede producir una disipación de energía mecánica. En una conducción real, mantener un caudal puede requerir una diferencia de presión incluso entre dos secciones de la misma altitud y de la misma velocidad media. El Bernoulli ideal sin pérdidas no basta para describir esta situación.

Puede introducirse un término de pérdida de carga en un balance energético, siempre que se precisen su definición y su unidad. Una caída de presión por disipación no es una desaparición de la masa ni de la energía total; una parte de la energía mecánica se transforma en energía interna. Las bombas pueden aportar energía y otros dispositivos extraerla. Las fronteras del sistema vuelven a ser esenciales.

Como complemento de cultura científica, consideremos un flujo estacionario, laminar y plenamente desarrollado de un fluido newtoniano incompresible, de viscosidad constante, en un tubo cilíndrico rectilíneo horizontal de radio constante, sin deslizamiento en las paredes fijas. Su caudal volumétrico puede describirse mediante Q = πr^4Δp/(8ηL), con η como viscosidad dinámica, L como longitud del tramo estudiado, r como radio interior y Δp como la presión aguas arriba menos la presión aguas abajo; Q se cuenta positivo en ese sentido. Esta ley se presenta aquí como un modelo particular, no como una relación que deba aplicarse a cualquier conducción. Muestra una fuerte dependencia respecto al radio y una diferencia con una conservación ideal sin viscosidad. La turbulencia, las entradas, los codos o las variaciones de propiedades requieren otras descripciones.

9. Una transmisión de fuerza no crea energía

En un dispositivo hidráulico ideal en reposo, una variación de presión puede transmitirse en un líquido y producir fuerzas diferentes sobre pistones de superficies distintas. Si la misma diferencia de presión actúa sobre A_1 y A_2, entonces F_2/F_1 = A_2/A_1. Por tanto, una gran superficie puede recibir una fuerza mayor. Esto no constituye una multiplicación gratuita del trabajo.

La conservación del volumen desplazado impone A_1d_1 = A_2d_2 en el modelo incompresible sin fugas. La fuerza mayor corresponde a un desplazamiento menor, y F_1d_1 = F_2d_2 en el

caso ideal. Para una razón de superficies de 10, una fuerza de 10 N sobre el pistón pequeño corresponde a 100 N sobre el grande; un desplazamiento de 5 cm del pequeño corresponde a 0,5 cm del grande. Ambos trabajos son de 0,50 J.

Los rozamientos y las deformaciones disminuyen el trabajo útil real. Los cálculos de este párrafo son ejercicios de conservación, no instrucciones de fabricación ni de elevación de cargas. No se estudian la presión máxima, la resistencia de los materiales, la estabilidad ni las protecciones. Una fórmula de física no basta para validar un aparato.

10. Ejercicios resueltos

A - Presión relativa. Un líquido de densidad 800 kg/m³ tiene una superficie a 100 000 Pa. Con g = 10 m/s², calcule la presión a 2 m de profundidad. **Solución:** la diferencia hidrostática es de 16 000 Pa; la presión absoluta es de 116 000 Pa. Responder 16 000 Pa sin indicar que se trata de una presión relativa sería ambiguo.

B - Sección. Un caudal de 3 litros por segundo atraviesa una sección de 6 cm². **Solución:** Q = 0,003 m³/s y A = 0,0006 m², por tanto v_moy = 5 m/s. Si se duplica la sección conservando el caudal, la velocidad se divide por dos. Este resultado utiliza una densidad constante y no describe un dispositivo real garantizado.

C - Flotación. Un objeto homogéneo de densidad 600 kg/m³ flota en un líquido de densidad 1 000 kg/m³. **Solución:** en el equilibrio ideal, ρ_obj gV_total = ρ_liquide gV_immergé. La fracción de volumen sumergido es 0,60. Una fracción de altura igual requiere una forma cuya sección apropiada permanezca constante.

D - Bernoulli. En un flujo ideal horizontal, la velocidad es la misma en los puntos 1 y 2, pero una medida muestra una disminución de presión. **Solución:** esta observación invita a examinar las hipótesis: disipación, aporte o extracción de energía, estacionariedad y

medidas. No se debe forzar el resultado real dentro de la relación ideal suprimiendo un dato. El modelo puede ser insuficiente o el protocolo defectuoso.

11. Repaso y alcance

Para repasar, relacione cada fórmula con su balance: fuerzas para la estática, volumen o masa para el caudal, energía para Bernoulli. Compruebe siempre si la presión es absoluta o relativa, si la velocidad es local o media y si el volumen es total o sumergido. Estas distinciones suelen ser más importantes que la dificultad del cálculo.

Marco escolar: programa publicado de Terminale, parte de física, https://www.education.gouv.fr/bo/19/Special8/MENE1921249A.htm. Referencia oficial complementaria: NASA Glenn, Bernoulli, enlace indicado anteriormente. Redacción y ejercicios originales LFDP, sin citas textuales ni reproducción de figuras. Los casos ideales no autorizan ninguna manipulación de presión peligrosa, inmersión, instalación doméstica ni dispositivo de atención sanitaria.

Capítulo 7 - Electricidad: carga, energía y evolución de un circuito RC

Referencia histórica - 1800: una correspondencia sobre los fenómenos eléctricos

La Royal Society conserva una carta de Alessandro Volta a Joseph Banks fechada el 20 de marzo de 1800, dedicada a la electricidad asociada al contacto de sustancias conductoras de distintos tipos. Esta fuente de archivo sitúa los fenómenos eléctricos en una investigación basada en dispositivos e intercambios científicos. Sería engañoso asimilar sin precauciones ese objeto histórico al generador ideal de los ejercicios. El capítulo separa precisamente el fenómeno real de las relaciones elegidas para modelizarlo: tensión, corriente, resistencia y almacenamiento capacitivo responden a preguntas diferentes.

Referencia del hecho histórico, consultada el 11 de octubre de 2026: Royal Society, archivos L&P/11/137, https://makingscience.royalsociety.org/items/l-and-p_11_137/letter-account-of-electricity-excited-by-contact-and-conducting-substances-of-different-kinds-from-alessandro-volta-to-joseph-banks. Análisis pedagógico LFDP, sin citas textuales ni imágenes reproducidas.

1. Carga eléctrica y corriente

La carga eléctrica es una magnitud algebraica expresada en culombios. Un sistema puede tener una carga positiva, negativa o globalmente nula. La corriente corresponde a una transferencia de carga por unidad de tiempo. Para una cantidad de carga Δq que atraviesa una sección durante Δt, la corriente media es $\Delta q/\Delta t$; la corriente instantánea es la derivada de la carga transferida según una orientación elegida. Un amperio equivale a un culombio por segundo.

El sentido convencional de la corriente es el de un desplazamiento de cargas positivas. En un metal, los electrones móviles se desplazan en sentido opuesto a la corriente convencional. En otros medios, pueden contribuir varios tipos de portadores. Por tanto, el signo de una corriente en una ecuación depende de una orientación y no debe identificarse únicamente con el sentido de movimiento de un electrón particular.

Una corriente constante de 2,0 mA durante 3,0 s corresponde a una carga transferida de 6,0 mC. Si la corriente varía, hay que integrar i(t) durante el intervalo o calcular un área algebraica bajo su gráfica. Un valor final de corriente no describe necesariamente toda la fase. Esta distinción es análoga a la que existe entre velocidad final y desplazamiento en un movimiento acelerado.

2. Tensión y diferencia de potencial

Una tensión U_AB es una diferencia de potencial V_A − V_B, expresada en voltios. Un voltio corresponde a un julio por culombio. La tensión no es una cantidad de carga almacenada y la corriente no es una tensión en movimiento. Ambas magnitudes describen aspectos diferentes: potencial entre dos puntos y flujo de carga en una rama.

Invertir los puntos cambia el signo: U_BA = −U_AB. En un circuito ideal de elementos concentrados, donde los efectos de inducción no considerados son despreciables, las diferencias de potencial se suman a lo largo de un recorrido. La suma algebraica en una malla cerrada es nula. Esta ley de las mallas no consiste en sumar únicamente los valores positivos indicados en los componentes; las orientaciones importan.

La conservación de la carga da la ley de los nodos en el modelo donde no existe una acumulación significativa de carga en el nodo: suma de corrientes entrantes = suma de corrientes salientes. Si

una entrada es de 5 mA y dos salidas de 2 y 3 mA, el balance es coherente. Un componente que almacena carga, como un condensador, sigue siendo compatible con esta conservación: hay que integrar el almacenamiento en el sistema y sus bornes.

3. Resistencia y convenio de potencia

Para un conductor óhmico ideal dentro de un dominio de funcionamiento dado, $u = Ri$, con R en ohmios. Se adopta el convenio receptor: la corriente entra por el borne cuyo potencial se utiliza como positivo para u. La potencia eléctrica recibida es entonces $p = ui$. Para una resistencia $R > 0$, $p = Ri^2 = u^2/R$ es positiva y corresponde a una transferencia hacia la energía interna en el modelo.

Una resistencia de 1,0 kΩ sometida a 5,0 V recibe una corriente de 5,0 mA y una potencia de 25 mW. Si estos valores permanecen constantes durante 20 s, la energía recibida es de 0,50 J. El cálculo convierte los prefijos antes de aplicar las leyes. Confundir kΩ y Ω multiplicaría la corriente por mil; confundir mW y W multiplicaría la energía por mil.

La relación óhmica no es universal para todos los componentes. Un diodo, una lámpara cuya temperatura cambia mucho o un generador real pueden requerir otros modelos. Una resistencia indicada en un ejercicio es un parámetro del modelo, no una garantía de comportamiento bajo cualquier tensión. Ningún cálculo de esta sección valida una instalación, una fuente de alimentación ni un montaje real.

4. Asociaciones sencillas y fronteras del modelo

Para unas resistencias en serie recorridas por la misma corriente, las tensiones se suman y R_eq = R_1 + R_2. Para unas resistencias en paralelo sometidas a la misma tensión, las corrientes se suman y 1/R_eq = 1/R_1 + 1/R_2. Las igualdades proceden de las leyes de las mallas y de los nodos; no deben aplicarse a dos elementos solo porque estén próximos en un dibujo.

Dos resistencias idénticas de 2 kΩ dan 4 kΩ en serie y 1 kΩ en paralelo. Una resistencia equivalente de ramas paralelas positivas es menor que la más pequeña de las resistencias individuales. Esta propiedad ofrece una comprobación del orden de magnitud. En serie, por el contrario, es mayor que cada una. Una respuesta que invierte estas relaciones suele indicar una confusión de topología.

Un generador real puede describirse, dentro de un intervalo limitado, mediante una fuerza electromotriz E y una resistencia interna r: la tensión proporcionada a una carga pasa a ser U = E − ri si la corriente sale del generador. Esta disminución de tensión recuerda que los componentes ideales tienen límites. El modelo no debe utilizarse para estimar sin datos un cortocircuito o una situación peligrosa; faltan las protecciones, los regímenes transitorios y las características reales.

5. Condensador ideal y capacitancia

Un condensador ideal tiene dos placas que llevan cargas opuestas en el modelo sencillo. Si q representa la carga de la placa A y u = V_A − V_B, se escribe q = Cu con C constante, en faradios. Un faradio equivale a un culombio por voltio. El signo de q está ligado al de u; una capacitancia positiva no significa que la carga permanezca siempre positiva.

En el convenio receptor, donde la corriente entra en la placa A, i = dq/dt = Cdu/dt. Así, el condensador puede recibir una corriente

cuando varía su tensión, aunque ninguna carga atraviese el dieléctrico ideal entre las placas. Afirmar que «bloquea la corriente» sin precisar el régimen es engañoso: en régimen permanente de tensión constante, la corriente ideal es nula; durante un transitorio, puede ser no nula.

Una capacitancia de 100 µF sometida a 5,0 V corresponde a una carga de 500 µC, es decir, 0,00050 C, en la placa positiva. Si la tensión sube linealmente de 0 a 5 V en 0,50 s, la corriente de este modelo es C×10 V/s = 1,0 mA. Otra forma de subida produciría otra corriente. La capacitancia relaciona carga y tensión; no fija por sí sola la duración de una evolución.

6. Energía almacenada y asociaciones de condensadores

Cuando se transfiere una carga elemental dq al condensador, la energía recibida es u dq. Con u = q/C, la integración de cero a q da $E_{capa} = q^2/(2C) = Cu^2/2$. El factor 1/2 procede de que la tensión aumenta durante la transferencia; multiplicar simplemente la tensión final por toda la carga duplicaría la energía almacenada.

Para C = 100 µF y u = 5,0 V, la energía es de 0,00125 J, es decir, 1,25 mJ. Esta energía es una magnitud distinta de la carga de 500 µC. Dos condensadores de capacitancias diferentes pueden tener la misma tensión y energías distintas. Por tanto, una comparación debe precisar qué magnitud es común.

En paralelo, las tensiones son idénticas y las cargas se suman: $C_{eq} = C_1 + C_2$. En serie, dentro del modelo de dos condensadores inicialmente neutros con un nodo intermedio aislado, los módulos de las cargas son idénticos y $1/C_{eq} = 1/C_1 + 1/C_2$. Para 2 µF y 3 µF, las capacitancias equivalentes son 5 µF en paralelo y 1,2 µF en serie.

Con 10 V en total en serie, la carga es de 12 µC. Las tensiones son entonces 6 V en el condensador de 2 µF y 4 V en el de 3 µF. Su

suma vuelve a dar 10 V. Un reparto igual de tensión no es automático; aquí requiere capacitancias iguales. Las condiciones iniciales y las cargas preexistentes también pueden modificar un problema más general.

7. Carga de un circuito RC: establecer la ecuación

Un generador ideal de tensión constante E alimenta en serie una resistencia R y un condensador C. Se elige i como corriente de carga que entra en la placa positiva del condensador. La ley de las mallas da E = Ri + u_c, e i = Cdu_c/dt. Se obtiene RCdu_c/dt + u_c = E. Esta ecuación describe el transitorio bajo las hipótesis ideales declaradas.

Definiendo τ = RC, la solución con u_c(0) = u_0 es u_c(t) = E + (u_0 − E)e^(−t/τ). La comprobación se realiza mediante derivación y sustitución. En t = 0, la expresión vuelve a dar u_0; a largo plazo, tiende a E. Una condición inicial nula da u_c = E[1 − e^(−t/τ)] e i = (E/R)e^(−t/τ).

La corriente es inicialmente E/R en este modelo y después decrece. La tensión del condensador evoluciona de manera continua cuando la corriente es finita, a diferencia de la tensión ideal impuesta por el generador en el momento del cambio de fase. Por tanto, una conmutación no permite restablecer arbitrariamente u_c a cero. Si persiste una carga anterior, pasa a ser la nueva condición inicial.

8. Constante de tiempo y precisión de un umbral

El producto RC tiene la dimensión de un tiempo: Ω×F = s. Con R = 10 kΩ y C = 100 µF, τ = 1,0 s. Para E = 5,0 V y u_0 = 0, al cabo de una constante de tiempo, la tensión es 5(1 − e^−1) ≈ 3,16 V, es decir, aproximadamente el 63,2 % de su valor final. A tres constantes de tiempo, alcanza aproximadamente el 95,0 %, y a cinco, aproximadamente el 99,3 %.

El valor final nunca se alcanza exactamente en un tiempo finito en esta solución ideal. Por tanto, la expresión «carga terminada» significa que se ha elegido un criterio de precisión. Para alcanzar al menos el 99 % de E, se resuelve $1 - e^{(-t/\tau)} \geq 0{,}99$, de donde $t \geq -\tau \ln(0{,}01) \approx 4{,}605\tau$. Este umbral es más preciso que una afirmación absoluta como «después de cinco τ, ha terminado exactamente».

Una gráfica también permite estimar τ. En el origen, la tangente a la curva de carga de un condensador inicialmente neutro tiene una pendiente E/τ y corta el nivel E en $t = \tau$. Esta construcción supone una escala correctamente calibrada y un modelo pertinente. Una estimación gráfica tiene una incertidumbre; no es igual a un parámetro exacto simplemente porque se haya dibujado una recta.

9. Descarga y cambio de convenio

Un condensador inicialmente a U_0 se conecta después a una resistencia sin generador ideal. Su tensión cumple $RC\,du_c/dt + u_c = 0$, por tanto $u_c(t) = U_0 e^{(-t/\tau)}$. Si se define i_d como corriente que sale de la placa positiva a través de la resistencia, $i_d = u_c/R = -C\,du_c/dt$. El signo menos procede de la disminución de la carga en esa placa.

Si se conservara la corriente definida como entrante en la placa, sería negativa durante esta descarga para $U_0 > 0$. Ambas descripciones son coherentes; cambiar de convenio sin decirlo solo crea una contradicción aparente. Por tanto, el esquema o la frase que define la corriente deben acompañar a la ecuación.

La energía del condensador varía como $e^{(-2t/\tau)}$, puesto que su energía es proporcional a u_c^2. No disminuye según la misma exponencial que la tensión. En $t = \tau$, la tensión vale aproximadamente el 36,8 % de su valor inicial, pero la energía aproximadamente el 13,5 %. Esta diferencia es un buen ejercicio

de interpretación de magnitudes: una ley temporal no se transmite sin transformación a todas las cantidades relacionadas.

10. Un balance de energía de la carga

Para la carga ideal de cero a E a través de R, el generador transfiere en total una carga CE. Por tanto, la energía que proporciona es CE^2, puesto que su tensión permanece en E. El condensador almacena $CE^2/2$; la otra mitad se disipa en la resistencia dentro de este modelo. El resultado puede sorprender, porque aumentar o disminuir R cambia la duración y la corriente, pero no este reparto total en el modelo ideal.

No se debe prolongar este resultado sin examinarlo hacia R = 0. El modelo prevé entonces un transitorio de duración nula y una corriente no acotada, lo que señala unas hipótesis físicas insuficientes. Las resistencias, inductancias, límites del generador y efectos de radiación reales pasan a ser pertinentes. Un límite matemático puede revelar el dominio de un modelo en lugar de describir un dispositivo posible.

La comparación con una batería recuerda de nuevo la distinción entre energía y capacidad. Una capacidad de batería expresada en Ah es una cantidad de carga; una estimación en Wh utiliza también una tensión. Por ejemplo, 2 Ah a una tensión nominal de 3,7 V corresponden a 7,4 Wh en una estimación nominal. Como la tensión varía durante el uso, esta multiplicación no garantiza ni la energía efectivamente disponible ni la autonomía de un aparato.

11. Ejercicios resueltos

A - Unidades. R = 2,0 kΩ y C = 250 µF. **Solución:** τ = 2 000×250×10^−6 = 0,50 s. La multiplicación de los valores 2 y 250 sin los prefijos no da un tiempo en segundos.

B - Condición inicial. Un circuito de carga tiene E = 6 V, τ = 2 s y u_c(0) = 2 V. **Solución:** u_c(t) = 6 − 4e^(−t/2). En t = 0, la tensión es 2; a largo plazo, 6. Utilizar 6[1 − e^(−t/2)] olvidaría la carga inicial.

C - Umbral de descarga. ¿Cuándo pasa u_c a ser, como máximo, una décima parte de U_0? **Solución:** e^(−t/τ) ≤ 0,10, por tanto t ≥ τ ln(10) ≈ 2,303τ. Este cálculo es un criterio teórico relativo, no una instrucción de comprobación de seguridad eléctrica.

D - Energía relativa. Cuando la tensión se ha dividido por tres, ¿qué ocurre con la energía? **Solución:** se divide por nueve, puesto que E_capa = Cu²/2 para C constante. Una división por tres correspondería a una relación lineal que no es la de la energía.

E - Modelo permanente. Un condensador ideal lleva mucho tiempo sometido a una tensión constante. **Solución:** du_c/dt = 0, por tanto su corriente ideal es nula. Su carga y su energía pueden seguir siendo no nulas. La ausencia de corriente no significa la ausencia de cualquier magnitud eléctrica almacenada.

Complemento - Geometría de una capacitancia y principio de un sensor

Para dos placas planas paralelas separadas por un aislante homogéneo, el modelo sin efectos de borde da C = εS/d. La superficie S es la de las caras enfrentadas, d su separación y ε la permitividad del medio, expresada en F/m. En el vacío, ε = ε0; para un dieléctrico lineal ideal, se escribe ε = ε0εr. Esta relación supone, en particular, que las dimensiones laterales sean grandes respecto a d. No describe exactamente un componente de cualquier forma ni un medio cuyas propiedades varíen mucho.

A material y distancia fijos, duplicar S duplica C. A material y superficie fijos, duplicar d divide C por dos. Por tanto, una deformación que modifica d puede detectarse mediante una

variación de capacitancia: este es el principio de un modelo de sensor capacitivo. La capacitancia no es directamente una presión, una posición ni una humedad; hace falta una relación de conversión y una calibración adaptadas al dispositivo. Los cálculos sobre el papel no demuestran la precisión de un sensor real.

Ejercicio original. En un modelo ficticio con aire asimilado al vacío, $S = 20\ cm^2$, $d = 1{,}0\ mm$ y $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\ F/m$. Calcule C y después su variación si d aumenta un 10 %, mientras los demás parámetros permanecen constantes. Por último, determine el efecto sobre la constante de tiempo si este condensador se asocia a $R = 10\ M\Omega$ en el circuito RC ideal estudiado.

Solución. La conversión da $S = 20 \times 10^{-4}\ m^2 = 2{,}0 \times 10^{-3}\ m^2$ y $d = 1{,}0 \times 10^{-3}\ m$. Así, $C = 8{,}85 \times 10^{-12} \times 2{,}0 = 1{,}77 \times 10^{-11}\ F$, es decir, 17,7 pF. Un aumento del 10 % de d da $C' = C/1{,}10$, es decir, aproximadamente 16,1 pF: la disminución relativa es del 9,09 %, y no exactamente del 10 %. La razón inversa debe calcularse antes de redondear. La constante de tiempo inicial es $RC = 1{,}77 \times 10^{-4}$ s, es decir, 177 µs; también se divide por 1,10 cuando cambia la capacitancia.

Solo para una pequeña variación, $\Delta C/C \approx -\Delta d/d$ a superficie y permitividad constantes. Esta aproximación de primer orden es útil para interpretar una sensibilidad, pero no es la igualdad exacta utilizada en el ejercicio. Si ε varía al mismo tiempo que d, una única medida de C puede corresponder a varias causas. Distinguir la variación detectada de la causa identificada evita atribuir demasiado pronto una propiedad única a una señal.

Referencias de la relación y del principio, consultadas el 11 de octubre de 2026: Universidad de Lille, teoría de los condensadores planos, https://tpmpathome.univ-lille.fr/capacites_condensateurs/version_papier/_papier.pdf; ejercicio oficial de Éduscol que presenta un modelo de sensor capacitivo, https://eduscol.education.gouv.fr/sites/default/files/document/22-pycj1nc1pdf-97374.pdf. El presente ejercicio y sus números son originales; no se propone ninguna manipulación de

alta tensión ni reproducción de un tema de examen.

12. Repaso y referencias

Reconstruya la ecuación diferencial de un RC a partir de la malla y de i = Cdu/dt. Compruebe su solución mediante sustitución y explique después las condiciones iniciales, el límite y un umbral elegido. Repase las unidades y los convenios de signo antes de memorizar expresiones. El mismo razonamiento sirve después para otros sistemas cuya evolución es exponencial.

Marco escolar: programa publicado de Terminale, parte de física, https://www.education.gouv.fr/bo/19/Special8/MENE1921249A.htm y anexo https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8_MENJ_25_7_2019/92/9/spe249_annexe_1158929.pdf. Unidades: BIPM, https://www.bipm.org/en/publications/si-brochure/, consultados el 11 de octubre de 2026. El capítulo, los balances y los ejercicios son originales LFDP. Estos ejemplos no enseñan ningún montaje conectado a la red eléctrica, manipulación de baterías ni procedimiento de seguridad eléctrica; la teoría no valida una instalación.

Capítulo 8 - Termodinámica: distinguir un estado de las transferencias que lo modifican

Referencia histórica - 1859: comparar la absorción de radiación por los gases

En la Royal Institution, John Tyndall comenzó en 1859 a montar un dispositivo para estudiar la absorción y la transmisión de radiación térmica por distintos gases. La institución conserva un tubo de aquel conjunto y relaciona estas investigaciones con el papel del vapor de agua en el efecto invernadero natural. Esta referencia no atribuye a un único científico todas las etapas de la ciencia del clima. Ilustra un procedimiento pertinente para el capítulo: distinguir las propiedades radiativas de los medios antes de cerrar un balance energético. No debe suponerse que un gas sea igualmente transparente a todas las longitudes de onda.

Referencia del hecho histórico, consultada el 11 de octubre de 2026: Royal Institution, ficha del aparato de Tyndall, https://www.rigb.org/explore-science/explore/collection/john-tyndalls-radiant-heat-apparatus. Análisis pedagógico LFDP, sin citas textuales ni imágenes reproducidas.

1. Elegir el sistema y los intercambios

La termodinámica describe sistemas que contienen un gran número de partículas mediante magnitudes macroscópicas. Temperatura, presión, volumen y cantidad de sustancia permiten acceder a un estado sin seguir cada partícula. Esta descripción no sustituye a la estructura microscópica; proporciona otro nivel de modelo adaptado a los balances y las transformaciones.

Un sistema cerrado no intercambia materia con el exterior, pero puede intercambiar energía. Un sistema abierto intercambia

materia; los flujos correspondientes requieren un balance más completo. Un sistema aislado no intercambia ni materia ni energía en el modelo. Un sistema adiabático no intercambia energía por transferencia térmica, pero puede recibir o proporcionar trabajo. Estos términos no son sinónimos: una compresión adiabática puede modificar la temperatura.

Antes de cualquier ecuación, dibuje la frontera e identifique qué puede atravesarla. Un líquido solo, calentado por una resistencia, recibe una transferencia procedente de esa resistencia. Un conjunto de líquido y resistencia puede recibir energía en forma de trabajo eléctrico. El resultado global debe seguir siendo coherente, pero los términos del balance dependen de la frontera elegida. Una fórmula de conservación sin un sistema definido sigue siendo ambigua.

2. Temperatura y energía interna

La temperatura termodinámica se expresa en kelvins. La relación con los grados Celsius es $T(K) = \theta(°C) + 273{,}15$. Una diferencia de temperatura tiene el mismo valor numérico en kelvins y en grados Celsius, pero una razón de temperaturas termodinámicas exige kelvins. Por tanto, decir que 40 °C es «el doble de caliente» que 20 °C carece de sentido como razón termodinámica.

La energía interna U describe contribuciones microscópicas, especialmente la agitación y las interacciones entre los constituyentes. Se distingue de la energía cinética del movimiento de conjunto y de la energía potencial ligada a la posición global. Un objeto inmóvil puede tener una energía interna importante. Una velocidad macroscópica no es la medida de toda la agitación molecular.

La temperatura no es una cantidad de energía. Dos sistemas a la misma temperatura pueden presentar masas, capacidades

caloríficas y energías internas diferentes. La transferencia térmica tampoco es una sustancia almacenada llamada «calor»: es una manera de transferir energía. Al redactar, diga que un sistema recibe energía por transferencia térmica y que su energía interna varía, en lugar de afirmar que «contiene una transferencia».

3. Gas ideal: una ecuación de estado condicional

El modelo del gas ideal relaciona presión absoluta p, volumen V, cantidad de sustancia n y temperatura T mediante pV = nRT. La constante R puede tomarse igual a 8,314 J/(mol·K) para los ejercicios. El volumen debe expresarse en m³ si la presión está en pascales. La presión relativa a la atmósfera y la temperatura Celsius no pueden introducirse directamente en esta relación.

Para n = 0,10 mol, T = 300 K y V = 0,0020 m³, la presión calculada es 0,10×8,314×300/0,0020 ≈ 1,25×10^5 Pa. La coherencia de las unidades procede de Pa·m³ = J. Si V se duplica a n y T constantes, la presión se divide por dos. Si T se duplica a n y V constantes, la presión se duplica, pero se trata de una duplicación en kelvins.

El modelo desprecia, entre otros, algunos efectos de las interacciones y del volumen propio de las partículas. Resulta menos adecuado en condiciones donde estos efectos son importantes, por ejemplo, cerca de una condensación. No debe suponerse que un gas real obedezca exactamente esta ley para cualquier presión y temperatura. Referencia oficial complementaria: NASA Glenn, ecuación de estado, https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/equation-of-state/, consultada el 11 de octubre de 2026.

4. Primer principio y convenio de signos

Para un sistema cerrado, un balance general puede escribirse ΔU + ΔE_c + ΔE_p = W + Q, donde W y Q son las energías recibidas, respectivamente, por trabajo y transferencia térmica. Si las variaciones mecánicas globales son despreciables, se escribe ΔU = W + Q. Una energía recibida es positiva en este convenio; una energía proporcionada al exterior es negativa. Existen otros convenios, pero deben declararse y mantenerse.

El trabajo y la transferencia térmica dependen del camino de la transformación, mientras que la variación de energía interna depende de los estados inicial y final. Dos transformaciones entre los mismos estados pueden incluir trabajos y transferencias térmicas distintos, cuya suma da la misma ΔU. Esta distinción entre magnitud de estado y transferencia está en el centro del balance; no es una sutileza de vocabulario.

Para una expansión contra una presión externa constante, el trabajo recibido por el sistema es W = −p_ext(V_f − V_i), dentro del modelo mecánico declarado. Si el volumen pasa de 2,0 a 4,0 litros bajo 100 000 Pa, W = −200 J. Si el sistema recibe simultáneamente Q = 500 J, su variación de energía interna es +300 J. El signo negativo del trabajo significa que el sistema proporciona energía mecánica al exterior durante la expansión.

5. Capacidad calorífica y variación de temperatura

Para un sistema incompresible de masa m cuya capacidad calorífica específica c se supone constante en el intervalo estudiado, una variación de energía interna sin cambio de fase puede escribirse ΔU = mcΔT. La capacidad calorífica total C = mc se expresa en J/K; c en J/(kg·K). Aquí el símbolo C es distinto de la capacitancia eléctrica del capítulo anterior, aunque la letra sea idéntica. La unidad indica inmediatamente qué magnitud se utiliza.

Si el único intercambio pertinente es térmico, Q = mcΔT. Si también se recibe un trabajo eléctrico o mecánico, debe incluirse. Un objeto ficticio de masa 0,20 kg, con c = 1 000 J/(kg·K), recibe 4 000 J sin pérdidas ni cambio de fase. Su temperatura aumenta en 4 000/(0,20×1 000) = 20 K, es decir, un aumento de 20 °C. Una masa dos veces mayor requeriría el doble de energía para el mismo aumento dentro de este modelo.

La capacidad puede variar con la temperatura. La fórmula con c constante es entonces una aproximación; un cálculo más preciso puede integrar una capacidad que dependa de T. También hay que considerar el recipiente, las pérdidas y los intercambios con el aire. Una estimación ideal no es un tiempo de calentamiento garantizado de un equipo real.

6. Mezcla y cambio de fase

Dos masas de una misma sustancia sin cambio de fase y con la misma capacidad calorífica específica constante pueden estudiarse mediante un balance aislado. Si se desprecian el recipiente y las pérdidas, m_1c(T_f − T_1) + m_2c(T_f − T_2) = 0. Por tanto, la temperatura final es una media ponderada por las masas. Está comprendida entre las temperaturas iniciales para masas positivas.

En un ejercicio, 0,20 kg a 60 °C y 0,30 kg a 20 °C dan T_f = (0,20×60 + 0,30×20)/0,50 = 36 °C. La media simple de 40 °C sería incorrecta porque las masas son diferentes. Se pueden utilizar los Celsius para este cálculo de diferencias y de media ponderada, puesto que se conserva el desplazamiento común de 273,15; esto no justifica su uso en una razón de temperaturas ni en pV = nRT.

Durante un cambio de fase a una presión dada, puede recibirse energía sin variación de temperatura durante la coexistencia de las fases. Una relación Q = mL utiliza una energía específica de

cambio de fase L. Para una sustancia ficticia con L = 2,0×10^5 J/kg, transformar 0,10 kg requiere 20 000 J en el modelo. La fórmula mcΔT no describe esta fase, porque la energía interna cambia de otra manera que mediante una simple variación de temperatura.

7. Tres modos de transferencia térmica

La conducción transfiere energía dentro de un medio sin requerir un movimiento macroscópico global de materia. La convección asocia los intercambios al movimiento de un fluido. La radiación corresponde a una transferencia mediante ondas electromagnéticas y puede producirse a través del vacío. En una situación real, varios modos coexisten; separarlos en un modelo permite examinar sus contribuciones.

Para una pared plana homogénea de superficie A, espesor e y conductividad térmica λ, un modelo estacionario unidimensional da una potencia térmica de módulo P = λA|ΔT|/e. Se define una resistencia térmica R_th = e/(λA), en K/W. Así, P = |ΔT|/R_th. La energía pasa espontáneamente del lado más caliente al más frío en este caso, sin otro mecanismo impuesto.

Con e = 0,10 m, λ = 0,050 W/(m·K), A = 2,0 m², R_th = 1,0 K/W. Para una diferencia de 20 K, la potencia es de 20 W. Duplicar el espesor divide esta potencia por dos en el modelo. Los contactos, puentes térmicos, variaciones de temperatura e intercambios de superficie pueden modificar una pared real. Una fórmula sencilla no permite acreditar el comportamiento completo de un edificio.

8. Radiación y temperaturas absolutas

Un modelo de cuerpo gris puede dar una potencia radiada P = εσAT^4, donde ε es una emisividad entre cero y uno en este modelo, σ la constante de Stefan-Boltzmann y T la temperatura absoluta. Para un intercambio con un entorno ideal descrito a T_env, una forma simplificada de la potencia neta es εσA(T^4 − T_env^4), con las hipótesis geométricas y radiativas adecuadas. La potencia cuarta exige kelvins, nunca grados Celsius.

Con ε = 0,80, A = 0,10 m², T = 400 K, T_env = 300 K y σ ≈ 5,67×10^−8 W/(m²·K^4), la potencia neta ilustrativa es de aproximadamente 79,4 W. El cálculo no significa que cualquier superficie real a esa temperatura tenga la misma emisividad ni los mismos intercambios. El medio, las otras superficies y el espectro pueden requerir una descripción más detallada.

Los valores de las constantes físicas pueden verificarse en el NIST: https://physics.nist.gov/cuu/Constants/Table/allascii.txt, tabla consultada el 11 de octubre de 2026. Los valores redondeados anteriores sirven para los ejercicios. El modelo radiativo recuerda por qué un pequeño aumento relativo de temperatura puede cambiar sensiblemente la potencia, sin proporcionar por sí solo una previsión de temperatura en un sistema completo.

9. Enfriamiento en contacto con un termostato

Un modelo fenomenológico de Newton puede escribir la potencia recibida P = −hA(T − T_ext), con hA supuesto constante y un entorno a temperatura T_ext constante. Para un sistema de capacidad calorífica total C, C dT/dt = −hA(T − T_ext). La solución es T(t) = T_ext + (T_0 − T_ext)e^(−t/τ), con τ = C/(hA). La diferencia de temperatura, y no la propia temperatura absoluta, decrece exponencialmente.

Para un objeto ficticio inicialmente a 80 °C en un entorno a 20 °C, con τ = 10 min, la temperatura después de una constante de tiempo es 20 + 60/e ≈ 42,1 °C. Para alcanzar como máximo 30 °C,

hace falta 60e^(−t/τ) ≤ 10, por tanto t ≥ τ ln(6) ≈ 17,9 min. Estos números describen una curva ideal, no una instrucción de manipulación ni de contacto con un objeto caliente.

La ecuación se parece a la del circuito RC. La comparación se refiere a la estructura matemática: una diferencia respecto a un estado final se reduce con un tiempo característico. No hace idénticos los mecanismos. El enfriamiento puede incluir radiación, evaporación o variación de h, y el termostato puede no permanecer constante. Un ajuste exponencial debe discutirse a la luz de las observaciones y de las hipótesis.

10. Conservación y sentido de las transformaciones

El primer principio impone un balance de energía, pero no indica por sí solo qué transformaciones se producen espontáneamente. Dos objetos aislados no intercambian espontáneamente energía térmica de manera que el más caliente se vuelva todavía más caliente y el más frío todavía más frío en el caso habitual estudiado. La dirección de las evoluciones requiere información adicional, desarrollada por el segundo principio y la entropía. Este complemento se menciona para evitar pedir al primer principio una conclusión que no proporciona.

Una bomba de calor puede transferir energía desde un medio más frío hacia uno más caliente recibiendo trabajo. Si proporciona 600 J al lado caliente y recibe 200 J de trabajo, puede extraer 400 J del lado frío dentro de un balance ideal. La razón 600/200 = 3 no es un rendimiento de creación de energía: compara el calor útil proporcionado con el trabajo aportado, mientras que el otro aporte procede del medio frío.

El coeficiente de rendimiento puede así ser superior a uno sin contradecir la conservación. Debe distinguirse de un rendimiento definido como energía útil sobre toda la energía recibida. Las

condiciones de temperatura y las características reales fijan otros límites. Este ejemplo ficticio no acredita ningún rendimiento de un aparato.

11. Un balance radiativo simplificado y sus límites

Para una esfera que recibe un flujo solar S, la superficie que intercepta la radiación es πR^2, mientras que su superficie total es $4\pi R^2$. Con un albedo a, la potencia ideal absorbida es $(1 - a)S\pi R^2$. Si radia como un cuerpo negro uniforme, el equilibrio da $4\pi R^2\sigma T^4 = (1 - a)S\pi R^2$, es decir, $T = [(1 - a)S/(4\sigma)]^{(1/4)}$.

Con unos parámetros ilustrativos $S = 1\,360$ W/m² y $a = 0{,}30$, se obtiene aproximadamente 255 K. El radio se elimina. Esta temperatura corresponde al modelo radiativo simplificado; no es automáticamente la temperatura media real del suelo. No se describen la atmósfera, la absorción y emisión según las longitudes de onda, la circulación, la alternancia entre día y noche ni la distribución de temperaturas. Una media de T^4 no es exactamente la potencia cuarta de una media de T.

Este cálculo sirve para comprender la estructura de un balance y el papel del albedo. No constituye una previsión climática. Un modelo más rico debe precisar qué intercambios y qué capas se incluyen. Un valor simplificado puede resultar informativo si se declara qué mide; se vuelve engañoso si se presenta como una medida directa de todo el sistema Tierra-atmósfera.

Complemento - Efecto invernadero y frontera del balance radiativo

La superficie terrestre calentada emite una radiación principalmente infrarroja. Algunos gases atmosféricos, especialmente el vapor de agua y el dióxido de carbono, absorben y emiten en bandas de este dominio. Una parte de la radiación emitida por la atmósfera se dirige hacia el suelo. Esta transferencia contribuye a una temperatura del suelo superior a la de un modelo donde la radiación partiría directamente hacia el espacio. Por tanto, la atmósfera no es una pared que impida cualquier salida de energía: participa en intercambios radiativos y en otras transferencias.

El balance en la parte superior de la atmósfera compara la energía solar absorbida por el conjunto Tierra-atmósfera con su emisión hacia el espacio. El balance del suelo incluye también la radiación atmosférica recibida y los intercambios por convección y evaporación. Mezclar estas dos fronteras lleva a contar una transferencia interna como una nueva energía procedente del exterior. Una absorción seguida de una emisión no es una creación de energía. Estas distinciones explican por qué los 255 K del modelo anterior no son automáticamente la temperatura media del suelo.

Profundización sobre el papel: supongamos una superficie negra y una capa atmosférica ideal transparente a la radiación solar, pero que absorbe completamente el infrarrojo del suelo. Despreciemos la convección y la evaporación; llamemos F al flujo solar medio efectivamente absorbido por el suelo. La capa emite σT_a^4 hacia arriba y la misma cantidad hacia abajo. Su balance impone σT_s^4 = 2σT_a^4. El balance del suelo da F + σT_a^4 = σT_s^4. Se deduce σT_a^4 = F y σT_s^4 = 2F. El flujo saliente hacia el

espacio sigue siendo F, igual al flujo recibido; la transferencia descendente adicional es interna al sistema.

Ejercicio original. Para F = 240 W/m² y σ = 5,67 × 10⁻⁸ W·m⁻²·K⁻⁴, calcule las dos temperaturas del modelo. ¿Qué ocurre con el balance si se sustituye indebidamente el flujo saliente hacia el espacio por σT_s^4? Solución: T_a = (F/σ)^(1/4) ≈ 255 K y T_s = (2F/σ)^(1/4) ≈ 303 K. La razón es 2^(1/4), aproximadamente 1,189. Utilizar σT_s^4 como flujo saliente daría 480 W/m² y olvidaría que la capa absorbe esta radiación antes de emitir hacia el espacio. La diferencia aparente no demuestra una violación de la conservación, sino una frontera mal definida.

Este modelo de una capa es deliberadamente muy simplificado: la atmósfera real absorbe de manera distinta según las longitudes de onda, presenta un perfil de temperatura e intercambia también energía mediante movimientos y cambios de fase. Los valores calculados no son ni una medida del clima actual ni una proyección. El procedimiento muestra un mecanismo y una conservación; no cuantifica por sí solo el efecto de una concentración real de gases ni de un escenario futuro.

Referencias cualitativas y de frontera, consultadas el 11 de octubre de 2026: NASA Science, balance radiativo, https://science.nasa.gov/ems/13_radiationbudget/; balance energético Tierra-atmósfera, https://science.nasa.gov/earth/earth-observatory/climate-and-earths-energy-budget/. El modelo gris de una capa, su demostración y el ejercicio anterior son desarrollos pedagógicos originales LFDP; no se reproduce ninguna figura ni serie climática de la NASA.

12. Ejercicios resueltos y repaso

A - Signo del trabajo. Un gas se comprime de 3 a 2 litros bajo una presión externa constante de 100 000 Pa. **Solución:** W = −p_extΔV = +100 J. Si Q = −40 J, ΔU = +60 J. La compresión proporciona trabajo al sistema a pesar de la transferencia térmica saliente.

B - Temperatura. Una temperatura pasa de 20 a 40 °C. **Solución:** pasa de 293,15 a 313,15 K; la razón es de aproximadamente 1,068, no de 2. La diferencia es de 20 K y de 20 °C. Diferencia y razón son operaciones distintas.

C - Enfriamiento. En el modelo exponencial, ¿qué tiempo hace falta para dividir por dos la diferencia respecto al entorno? **Solución:** e^(−t/τ) = 1/2 da t = τ ln(2), aproximadamente 0,693τ. Este tiempo se refiere a la diferencia T − T_ext, no a una división por dos de toda la temperatura Celsius.

D - Cambio de fase. Se recibe una transferencia térmica sin variación de temperatura. **Solución:** esto no impone Q = 0. Un cambio de fase puede absorber energía mientras la temperatura permanece constante en las condiciones declaradas. El modelo mcΔT resulta entonces insuficiente.

Para repasar, declare el sistema, los intercambios, el convenio de signos y el dominio del modelo. Distinga energía interna, temperatura y transferencia. Reconstruya un balance y después una ecuación temporal, y compruebe las unidades y el límite. Marco oficial publicado de Terminale: https://www.education.gouv.fr/bo/19/Special8/MENE1921249A.htm, anexo https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8_MENJ_25_7_2019/92/9/spe249_annexe_1158929.pdf. Redacción, cálculos y ejercicios originales LFDP, sin reproducción de textos, figuras ni protocolos peligrosos.

Capítulo 9 - Ondas: propagación, frecuencia, intensidad y desplazamiento Doppler

Referencia histórica - 1842: la frecuencia también depende del movimiento relativo

La Universidad de Viena sitúa en 1842 la primera descripción por Christian Doppler del fenómeno que hoy lleva su nombre. Esta referencia histórica permite relacionar el vocabulario del capítulo con una pregunta física: ¿por qué una fuente periódica y la señal recibida no están necesariamente descritas por la misma frecuencia? La fecha de una propuesta no valida todos sus usos posteriores. En un cálculo actual, todavía hay que precisar el medio, la dirección del desplazamiento y el convenio de signos; para la luz, una fórmula acústica no se vuelve aplicable por el simple cambio del nombre de la onda.

Referencia del hecho histórico, consultada el 11 de octubre de 2026: Universidad de Viena, historia de la física, primera parte, https://physik.univie.ac.at/en/about-us/history/part-1/. Análisis pedagógico LFDP, sin citas textuales ni imágenes reproducidas.

1. Una perturbación que se propaga

Una onda describe la propagación de una perturbación y puede transportar energía. Para una onda mecánica, es necesario un medio material. El desplazamiento local de los elementos del medio no debe confundirse con la velocidad de propagación de la perturbación. En el modelo sencillo de una cuerda, un punto puede oscilar verticalmente mientras la deformación se propaga horizontalmente. No recorre toda la cuerda junto con la onda.

Una onda es transversal cuando la perturbación es perpendicular a la dirección de propagación y longitudinal cuando esas direcciones son paralelas. El sonido en un gas se describe mediante variaciones de presión y desplazamientos locales longitudinales. Las ondas electromagnéticas no necesitan un medio material para propagarse en el vacío. Estas categorías indican mecanismos; no afirman que todas las ondas se comporten de manera idéntica.

El modelo elemental no supone un transporte global de materia idéntico al de la energía. Fenómenos más complejos pueden asociar un desplazamiento neto o un flujo; la frase «ninguna onda transporta jamás materia» sería demasiado absoluta. Para el nivel tratado, se distingue simplemente entre desplazamiento local, transporte de perturbación y posible movimiento global del medio.

2. Retardo y velocidad de propagación

Si una perturbación se propaga sin deformación a una velocidad constante c, dos puntos separados por una distancia d en la dirección de propagación observan la misma señal con un retardo $\tau = d/c$. La velocidad de propagación tiene la unidad m/s; el retardo es una duración positiva. Una señal medida en el segundo punto puede describirse mediante $s_2(t) = s_1(t - \tau)$, si los convenios temporales y el sentido de propagación son coherentes.

Para d = 1,70 m y c = 340 m/s en un ejercicio acústico, el retardo es de 0,0050 s, es decir, 5,0 ms. Se trata de un trayecto simple. Para un eco recibido en el punto de emisión tras reflejarse en un obstáculo a distancia d, el trayecto ideal es 2d y el retardo es 2d/c. Confundir estas dos geometrías divide o multiplica por dos la distancia calculada.

La velocidad de propagación depende del medio y de sus condiciones; generalmente no es la velocidad de la fuente. Una persona que avanza hablando no empuja todas las ondas sonoras

a su propia velocidad. El movimiento de la fuente modifica los intervalos entre los frentes recibidos, lo que conduce al Doppler, pero la propagación en el medio sigue estando descrita por la velocidad apropiada.

3. Período, frecuencia y longitud de onda

Para una onda periódica, el período T es la duración que separa dos estados idénticos sucesivos en un punto. La frecuencia f = 1/T indica el número de ciclos por segundo y se expresa en hercios. La longitud de onda λ es la distancia entre dos puntos que corresponden al mismo estado de fase en un instante, para una propagación periódica sencilla. En este modelo, λ = cT = c/f.

Una señal de frecuencia 1 000 Hz que se propaga a 340 m/s tiene una longitud de onda de 0,340 m y un período de 1,00 ms. Una frecuencia dos veces mayor, en el mismo medio no dispersivo, da una longitud de onda dos veces menor. El período es una duración; la longitud de onda es una distancia. Por tanto, las dos gráficas, en función del tiempo y de la posición, deben interpretarse con ejes diferentes.

En una interfaz estacionaria entre dos medios, la frecuencia impuesta por la fuente permanece generalmente igual en el modelo de transmisión estudiado, pero la velocidad de propagación y la longitud de onda pueden cambiar. Una velocidad de propagación mayor en el segundo medio da una longitud de onda mayor para esa frecuencia. Pueden coexistir una reflexión y una transmisión; una única longitud de onda no describe todo el campo si hay varias ondas presentes.

4. Escribir una onda sinusoidal e interpretar la fase

Una onda progresiva que se propaga hacia los x positivos puede escribirse $s(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi)$, con $\omega = 2\pi f$ y $k = 2\pi/\lambda$. La amplitud A lleva la unidad de la magnitud perturbada; la fase es adimensional. La razón ω/k da la velocidad de fase en este modelo. Cambiar el signo delante de kx cambia el sentido de propagación, manteniendo los convenios.

A posición fija, se observa una oscilación temporal. A instante fijo, se observa un perfil espacial. Dos puntos separados por λ tienen la misma fase; dos puntos separados por λ/2 tienen fases opuestas para una sinusoide. Esta relación no significa que los elementos materiales estén separados por una longitud constante de su propio movimiento; describe la organización de la señal.

Si se impone una fase constante y el tiempo aumenta en Δt, la posición aumenta en $(\omega/k)\Delta t$. Así se obtienen de nuevo el sentido y la velocidad de propagación sin memorizar un signo aislado. Esta comprobación es útil cuando un convenio diferente escribe $\cos(kx - \omega t)$. Como el coseno es par, las formas pueden ser equivalentes con una fase adecuada; hay que examinar la expresión completa.

5. Intensidad y distribución de potencia

La intensidad media de una onda puede definirse como la potencia transportada por unidad de superficie, en W/m^2. Para una fuente puntual isótropa ideal en un medio sin absorción, la potencia P se distribuye sobre una esfera de superficie $4\pi r^2$. Por tanto, la intensidad a distancia r es $P/(4\pi r^2)$. Disminuye cuando aumenta la superficie de distribución, sin que la potencia total se haya disipado en este modelo.

Si se duplica la distancia, la intensidad se divide por cuatro. A partir de una intensidad ficticia de 10^{-6} W/m^2 a 2 m, se obtiene $2{,}5\times10^{-7}$ W/m^2 a 4 m en las mismas condiciones. Esta ley

geométrica no debe aplicarse sin examen cerca de una fuente extensa, en una sala reverberante o en un medio absorbente. La directividad también puede concentrar la potencia en determinadas direcciones.

La absorción constituye otro mecanismo: una parte de la energía de la onda se transfiere al medio. Una ley de atenuación puede incluir entonces un factor adicional que depende de la distancia y de la frecuencia. Hay que distinguir distribución geométrica y disipación. Ambas disminuyen la intensidad medida, pero no describen las mismas transferencias.

6. Nivel logarítmico y suma de fuentes

Un nivel de intensidad sonora se define mediante L = 10log_10(I/I_0), en decibelios, con la referencia convencional I_0 = 10^−12 W/m² en los ejercicios habituales. La razón es adimensional. Para I = 10^−6 W/m², la razón es 10^6 y L = 60 dB. El nivel no se suma como una intensidad y su valor no basta, por sí solo, para describir una exposición o una protección real.

Duplicar la intensidad añade 10log_10(2) ≈ 3,01 dB. Multiplicarla por diez añade 10 dB. En el modelo esférico sin absorción, duplicar la distancia resta 10log_10(4) ≈ 6,02 dB. Estas diferencias son independientes del nivel inicial mientras se mantengan las hipótesis y la misma referencia.

Para unas fuentes independientes cuyas intensidades pueden sumarse, cuatro fuentes idénticas dan cuatro veces la intensidad y aproximadamente 6,02 dB más que una sola. Sumar sus cuatro niveles sería incorrecto. Para unas ondas coherentes, las amplitudes y las fases intervienen en interferencias; la simple suma de intensidades ya no es la descripción general. El capítulo siguiente precisará esta condición.

La relación entre amplitud e intensidad depende de la magnitud y del medio. Para una onda lineal en un mismo medio, la intensidad puede ser proporcional al cuadrado de una amplitud de presión o de desplazamiento. Duplicar esa amplitud multiplica entonces la intensidad por cuatro, no por dos. Los niveles no constituyen ninguna instrucción universal de seguridad auditiva; siguen siendo necesarias la duración, el espectro y las condiciones de exposición.

7. Doppler con una fuente móvil

El desplazamiento Doppler corresponde a una diferencia entre frecuencia emitida y frecuencia recibida ligada al movimiento relativo en la geometría estudiada. Para una fuente sonora que se acerca a un observador inmóvil en el medio, los frentes sucesivos están más próximos. En un modelo rectilíneo subsónico, f_reçue = f_émise c/(c − v_s), con v_s positiva hacia el observador e inferior a c.

La fórmula puede obtenerse de nuevo. Durante un período T_émise, el primer frente avanza cT_émise mientras la fuente avanza v_sT_émise. La distancia entre dos frentes delante de ella es (c − v_s)T_émise. El observador fijo recibe estos frentes a la velocidad c; la frecuencia es c dividida por esa longitud de onda. La fórmula resulta de la geometría y del período, no de un cambio arbitrario de la frecuencia propia de la fuente.

Con f_émise = 440 Hz, c = 340 m/s y v_s = 20 m/s, la frecuencia recibida durante el acercamiento es de 467,5 Hz. Durante el alejamiento, la longitud de onda aumenta y la fórmula se convierte en 440×340/(340 + 20), es decir, aproximadamente 415,6 Hz. Las desviaciones no son exactamente simétricas alrededor de 440, porque la velocidad de la fuente aparece en el denominador.

8. Observador móvil y ondas electromagnéticas

Para una fuente inmóvil y un observador que se acerca a velocidad v_o en el medio, el observador encuentra los frentes a una velocidad c + v_o. La frecuencia recibida es f_émise(c + v_o)/c en la geometría rectilínea sencilla. Por tanto, el movimiento de la fuente y el del observador no se traducen en fórmulas idénticas para una onda sonora, porque el medio proporciona un marco de propagación.

Si la fuente y el observador se acercan dentro del convenio declarado, pueden combinarse los factores: f_reçue = f_émise(c + v_o)/(c − v_s). Una velocidad no alineada con la línea de visión requiere las componentes pertinentes y una geometría precisa. Introducir todo el módulo de una velocidad en una fórmula radial sin examinarlo puede sobreestimar un desplazamiento de frecuencia.

Para la luz en el vacío, las relaciones completas pertenecen a una descripción relativista, diferente del modelo acústico con medio. A una velocidad radial pequeña respecto a c, una aproximación da un desplazamiento relativo de longitud de onda Δλ/λ ≈ v_r/c para un alejamiento, con v_r positiva en recesión. Deben conservarse el signo y el dominio de la aproximación. Esta relación no pretende cubrir las velocidades elevadas ni todos los fenómenos de desplazamiento espectral.

9. Superposición y ondas estacionarias

En un modelo lineal, dos perturbaciones pueden superponerse sumando sus valores. Dos ondas de la misma frecuencia y amplitud que se propagan en sentidos opuestos pueden producir una onda estacionaria. Unos puntos siguen siendo nodos, de amplitud nula, mientras que otros son vientres de amplitud máxima. La onda estacionaria no es una única onda progresiva que avanza íntegramente en una dirección.

Para una cuerda ideal de longitud L fijada en ambos extremos, las condiciones imponen nodos en los extremos. Las longitudes de onda permitidas son $\lambda_n = 2L/n$ y las frecuencias $f_n = nc/(2L)$, para enteros $n \geq 1$. Estas relaciones dependen de las condiciones de contorno; un sistema con un extremo libre tiene otros modos. Por tanto, la palabra «armónico» no exime de definir el sistema.

Con L = 0,50 m y c = 100 m/s en un ejercicio, la frecuencia fundamental es de 100 Hz y el tercer modo de 300 Hz. Para este modo, tres semilongitudes de onda ocupan la cuerda. Deben distinguirse el número del modo, el número de nodos y el número de vientres. Los extremos son nodos; el tercer modo tiene dos nodos interiores y tres vientres.

10. Señal compuesta, batimientos y digitalización

Una señal pura es sinusoidal en el modelo. Una señal compuesta puede contener varias frecuencias. La suma $A\cos(2\pi\times400t) + 0{,}5A\cos(2\pi\times800t)$ es periódica, pero no es una única sinusoide. El espectro describe las componentes y sus amplitudes. La forma de la señal y su período fundamental no proporcionan por sí solos toda la información del espectro.

Dos sinusoides de frecuencias próximas, por ejemplo, 440 y 442 Hz, pueden producir batimientos. La identidad de suma de cosenos revela una oscilación rápida modulada por una envolvente. La

frecuencia de los batimientos de amplitud observados es aquí la diferencia absoluta, 2 Hz. Este fenómeno no significa que se haya añadido una nueva fuente material que oscila a 2 Hz; procede de la superposición y de la evolución de la fase relativa.

Para digitalizar una señal limitada a una frecuencia máxima f_max, una frecuencia de muestreo superior a 2f_max es una condición fundamental de reconstrucción ideal, con las hipótesis adecuadas de banda limitada y tratamiento. Si una componente supera este intervalo, un solapamiento espectral puede hacerla aparecer a otra frecuencia. Por ejemplo, unos cosenos a 700 y 300 Hz producen los mismos valores en los instantes múltiplos de 1/1 000 s. Los datos muestreados por sí solos no permiten entonces distinguirlos sin información adicional.

11. Ejercicios resueltos

A - Eco. Se recibe un eco después de 0,20 s en un modelo con c = 340 m/s. **Solución:** el trayecto de ida y vuelta es de 68 m; el obstáculo está a 34 m. El eco no corresponde a un trayecto simple de 68 m hacia el obstáculo.

B - Longitud de onda. Una onda tiene T = 0,020 s y c = 3,0 m/s. **Solución:** f = 50 Hz y λ = 0,060 m. La frecuencia depende del período; la longitud de onda utiliza también la velocidad de propagación. Multiplicar c por f no daría una longitud.

C - Nivel. Una intensidad se multiplica por 1 000. **Solución:** el nivel aumenta en 10log_10(1 000) = 30 dB. El nivel inicial no se multiplica por 1 000. Una escala logarítmica transforma una razón en una diferencia.

D - Doppler. Una fuente sonora se aleja de un receptor inmóvil. **Solución:** en el modelo subsónico presentado, la frecuencia recibida es menor. El signo debe obtenerse de nuevo a partir de unos frentes más separados, en lugar de memorizarlo sin geometría.

E - Modos. Una cuerda ideal tiene una frecuencia fundamental de 80 Hz. **Solución:** sus modos armónicos tienen 80, 160, 240 Hz, etc., bajo las mismas condiciones de contorno. Otra condición de extremo requiere otra relación; el resultado no es universal para cualquier instrumento.

12. Repaso y alcance

Aprenda a distinguir movimiento del medio y propagación, a leer un período en una señal temporal y una longitud de onda en un perfil espacial. Reconstruya el Doppler acústico mediante las distancias entre frentes. Para una intensidad y un nivel, vuelva siempre a su definición antes de sumar. Compruebe también las condiciones de linealidad, estacionariedad y geometría.

Marco oficial publicado de Terminale, parte de ondas y señales: https://www.education.gouv.fr/bo/19/Special8/MENE1921249A.htm y anexo https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8_MENJ_25_7_2019/92/9/spe249_annexe_1158929.pdf, consultados el 11 de octubre de 2026. Explicaciones y ejercicios originales LFDP, sin reproducción de grabaciones, imágenes ni temas de terceros. Los valores acústicos dados son parámetros de ejercicio, no una medida local, una evaluación de exposición ni una instrucción de protección.

Capítulo 10 - Óptica: difracción, interferencias, imágenes y telescopio

Referencia histórica - 1801: discutir una teoría de la luz

Los archivos de la Royal Society conservan el texto de la conferencia de Thomas Young sobre la teoría de la luz y los colores, presentada el 12 de noviembre de 1801; el artículo correspondiente se publicó en 1802. Distinguir la presentación de la publicación evita convertir dos fechas próximas en una contradicción. Este hito acompaña al estudio de las descripciones ondulatorias: explicar una figura luminosa requiere comparar fases y amplitudes, no solo trazar rayos. Las fórmulas y ejercicios de este capítulo son desarrollos pedagógicos actuales; no pretenden reproducir el dispositivo histórico ni traducir su manuscrito.

Referencia del hecho histórico, consultada el 11 de octubre de 2026: Royal Society, archivos L&P/11/172, https://makingscience.royalsociety.org/items/l-and-p_11_172/paper-on-the-theory-of-light-and-colours-bakerian-lecture-by-thomas-young. Análisis pedagógico LFDP, sin citas textuales ni imágenes reproducidas.

1. Varios modelos para varias preguntas

La luz puede describirse mediante rayos para estudiar imágenes cuando las dimensiones del dispositivo son grandes respecto a la longitud de onda y las hipótesis geométricas resultan adecuadas. Una descripción ondulatoria pasa a ser necesaria para la difracción y las interferencias. Una descripción mediante fotones permite comprender algunos intercambios de energía con la materia. Estos modelos no son tres opiniones entre las que elegir por preferencia; cada uno responde a preguntas y tiene un dominio de validez.

Un rayo es una representación de la dirección de propagación en la óptica geométrica, no un hilo material luminoso. El dibujo de unos pocos rayos permite construir una imagen, pero no describe por sí

solo la intensidad distribuida alrededor de esa imagen. Una abertura finita puede producir una mancha de difracción, incluso cuando un esquema geométrico ideal hace converger los rayos en un punto. La precisión buscada determina el modelo necesario.

El marco de este capítulo es el de dispositivos idealizados y cálculos sobre el papel. Las longitudes de onda, los tamaños y las distancias focales son datos de ejercicios. Las fórmulas no certifican una calidad óptica real. Para comprender los resultados, no se solicita mirar hacia el Sol, exponerse a un láser ni realizar montajes luminosos de riesgo.

2. Difracción por una abertura

La difracción corresponde a una modificación de la propagación cuando una onda encuentra una abertura o un obstáculo. Se hace especialmente visible cuando la dimensión pertinente es comparable a la longitud de onda. Por tanto, una onda no siempre continúa en forma de un haz geométrico estrictamente delimitado por los bordes. El fenómeno no supone una desviación aleatoria de fotones independientes en cada borde dentro del modelo ondulatorio estudiado.

Para una rendija de anchura b iluminada por una onda monocromática, el primer mínimo de difracción en un modelo de campo lejano cumple sin(θ) = λ/b. Para ángulos pequeños en radianes, θ ≈ λ/b. El ángulo θ es el semiángulo entre el eje central y ese primer mínimo. La anchura angular de la mancha central es de aproximadamente 2λ/b. Confundir semiángulo y anchura total produce un factor dos.

En una pantalla a distancia D, en condiciones de pequeña inclinación, la anchura central es $\ell \approx 2\lambda D/b$. Con λ = 500 nm, b = 80 µm y D = 1,0 m, se obtiene $\ell \approx 0{,}0125$ m, es decir, 12,5 mm. La conversión da 500×10^−9 m y 80×10^−6 m. Una rendija dos

veces más estrecha da una mancha central dos veces más ancha en este modelo; una longitud de onda mayor también produce más ensanchamiento.

3. Interpretar una medida de difracción

Si la fórmula y sus condiciones son adecuadas, puede estimarse una anchura desconocida mediante $b \approx 2\lambda D/\ell$. Hay que medir la anchura central entre los primeros mínimos, no elegir arbitrariamente dos zonas luminosas visibles. La luz monocromática, la geometría y las distancias influyen en la pertinencia del modelo. Una luz compuesta por varias longitudes de onda superpone varias figuras y puede complicar la medida.

Para $\lambda = 600$ nm, $D = 2{,}0$ m y $\ell = 24$ mm, la anchura estimada es de 100 µm. Duplicar una medida de ℓ con los mismos parámetros restantes dividiría b por dos. Esta dependencia permite una comprobación cualitativa antes del cálculo. Una anchura negativa sería imposible, y un resultado muy alejado de las dimensiones del dispositivo invitaría a comprobar las unidades, la definición de ℓ y las hipótesis.

Las incertidumbres de D, λ y ℓ repercuten en b. Si la anchura medida es poco precisa, añadir decimales a la distancia no hace automáticamente que b sea muy precisa. Una estimación debe presentarse con una precisión compatible con los datos. El modelo también puede ser el principal factor limitante si los ángulos ya no son pequeños o no se alcanza el régimen de campo lejano.

4. Superposición y desfase

Dos ondas sinusoidales de la misma frecuencia que se superponen tienen un resultado que depende de su desfase. Para una diferencia de camino δ y unas fuentes inicialmente en fase en el mismo medio, $\Delta\varphi = 2\pi\delta/\lambda$, salvo un convenio de signos. Si las fases iniciales difieren, hay que añadir esa diferencia; la distancia por sí sola ya no basta para describir las interferencias.

Una interferencia constructiva corresponde a perturbaciones que se refuerzan. Para dos amplitudes iguales y $\Delta\varphi = 2m\pi$, la amplitud resultante se duplica. Una interferencia destructiva completa corresponde a $\Delta\varphi = (2m + 1)\pi$ y puede anular la perturbación local si las amplitudes son iguales. Las condiciones de camino son entonces $\delta = m\lambda$ y $\delta = (m + 1/2)\lambda$ en el caso inicialmente en fase.

Para dos amplitudes desiguales, una oposición de fase no produce necesariamente una anulación completa. La coherencia, es decir, aquí una diferencia de fase suficientemente estable para la observación, también es necesaria para una figura estable. Dos fuentes independientes pueden hacer variar demasiado deprisa su fase relativa; el término medio de interferencia puede entonces desaparecer. La suma de intensidades y la suma de amplitudes no son intercambiables.

5. Intensidad y conservación de la energía

Para la luz, la relación escalar siguiente supone contribuciones de la misma polarización, además de las condiciones de coherencia; unas polarizaciones ortogonales no dan ese término de interferencia. En el modelo lineal apropiado, dos ondas de intensidades I_1 e I_2 dan localmente I = I_1 + I_2 + 2sqrt(I_1I_2)cos(Δφ). Si cada una tiene una intensidad I_0, el resultado se convierte en 4I_0cos²(Δφ/2). El máximo local es 4I_0 y el mínimo cero. La intensidad de dos ondas incoherentes de la misma intensidad sería, como media, 2I_0 en las condiciones habituales de suma.

El máximo local más elevado no crea energía, y el mínimo no la destruye. La figura redistribuye la energía en el espacio bajo las condiciones del dispositivo. Una zona oscura y una zona brillante no deben estudiarse como dos sistemas independientes a los que se atribuiría toda la energía inicial. La conservación se comprueba mediante un balance adecuado del conjunto y de sus flujos.

Esta relación muestra también por qué sumar dos niveles en decibelios sería incorrecto para describir una interferencia. Hay que trabajar con las amplitudes o intensidades y las fases del modelo, y después aplicar la definición del nivel si se solicita esa representación. Una misma frecuencia no basta: la estabilidad relativa de fase y la geometría siguen siendo importantes.

6. Interferencias con dos aberturas

En un montaje ideal de dos aberturas coherentes separadas por a, con una pantalla lejana a D y una coordenada x cercana al eje, la diferencia de camino es aproximadamente $\delta \approx ax/D$. Por tanto, para unas fuentes inicialmente en fase, los máximos están separados por una distancia entre franjas $i \approx \lambda D/a$. Las aproximaciones requieren, en particular, una distancia grande respecto a a y ángulos suficientemente pequeños.

Con $\lambda = 600$ nm, $D = 2{,}0$ m y $a = 0{,}20$ mm, la distancia entre franjas es de 0,0060 m, es decir, 6,0 mm. Aumentar a reduce esa distancia; alejar la pantalla la aumenta. Esta dependencia es distinta de la anchura de difracción de una abertura de anchura b. Las dos dimensiones a y b no desempeñan el mismo papel y no deben intercambiarse en las fórmulas.

Una figura real de dos rendijas suele presentar franjas de interferencia moduladas por una envolvente de difracción. Las franjas expresan la diferencia de camino entre las aberturas; la envolvente depende de cada abertura finita. Describir una sin la otra puede ser una aproximación útil en una zona, pero no pretende reproducir toda la distribución de intensidad.

Si se mide i para estimar λ, se utiliza $\lambda \approx ia/D$. Un valor medio sobre varias distancias entre franjas puede reducir un error de localización: medir diez separaciones y después dividir por diez suele ser más estable que medir una sola. Esto no suprime un error de calibración ni una hipótesis geométrica inadecuada. Mejorar la repetibilidad y corregir un sesgo son dos objetivos diferentes.

7. Límite de resolución: formar una imagen no es distinguirlo todo

Una abertura finita distribuye la imagen de un punto sobre una mancha en lugar de sobre un punto matemático perfecto. Dos objetos angularmente muy próximos pueden producir manchas que se superponen. Un diámetro de abertura mayor puede mejorar la resolución limitada por la difracción para una misma longitud de onda, pero las aberraciones, el sensor y la atmósfera pueden imponer otros límites.

Como complemento para la comprensión, un criterio habitual para una abertura circular da un ángulo característico de aproximadamente 1,22λ/D_ouverture en el modelo de difracción ideal. Este número depende del criterio elegido y de la geometría de la abertura; no constituye una promesa de calidad de un telescopio real. El símbolo D_ouverture no representa la distancia a la pantalla del párrafo anterior.

Aumentar una imagen no basta para crear un detalle que no se ha resuelto. Una imagen muy ampliada puede seguir borrosa. Hay que distinguir aumento, resolución y luminosidad. Esta distinción protege frente a una interpretación simplista de una cifra comercial de aumento, sin exigir que se pruebe un instrumento real para comprender el modelo.

8. Lente delgada y convenio algebraico

Para una lente delgada convergente, se elige un eje orientado en el sentido de propagación de la luz y un centro óptico O. La distancia focal imagen f' = OF' es positiva. La relación algebraica de conjugación se escribe 1/OA' − 1/OA = 1/f'. Para un objeto real situado a la izquierda, OA es negativa; una imagen real a la derecha tiene OA' positiva. Los signos están ligados a las posiciones orientadas, no únicamente a la palabra «distancia».

El aumento lateral es γ = A'B'/AB = OA'/OA. Un signo negativo indica una imagen invertida; su valor absoluto compara los tamaños. Una imagen real puede recogerse en una pantalla en el modelo, porque los rayos convergen efectivamente. Una imagen virtual corresponde a la intersección de prolongaciones; no se proyecta sobre una pantalla situada en esa posición mediante el mismo haz.

Con f' = 0,10 m y OA = −0,30 m, la relación da 1/OA' = 10 − 3,333... = 6,666..., por tanto OA' = 0,15 m. El aumento lateral es −0,50. La imagen es real, invertida y dos veces menor. Sustituir OA por una distancia positiva de 0,30 m cambiaría la ecuación y daría una respuesta incompatible con el convenio.

9. Casos límite y construcción geométrica

Para un objeto situado en el infinito en una dirección dada, los rayos incidentes son aproximadamente paralelos y la imagen se forma en el plano focal imagen. Un rayo paralelo al eje pasa por el foco imagen después de una lente convergente ideal; un rayo que pasa por el centro óptico no se desvía en la aproximación de lente delgada. Estas reglas permiten una construcción, siempre que no se trate un esquema sin escala como una medida exacta.

Si el objeto está en el foco objeto, los rayos emergen paralelos y la imagen está en el infinito en el modelo. Si el objeto real está entre el foco y la lente, la imagen pasa a ser virtual y derecha. Con f' = 0,10 m y OA = −0,050 m, se obtiene OA' = −0,10 m y γ = +2. La imagen está situada del lado del objeto y ampliada.

La relación de lente delgada se utiliza en condiciones paraxiales: rayos suficientemente próximos al eje y ángulos moderados, con un modelo de lente adecuado. Los ángulos grandes o una abertura importante pueden revelar aberraciones. La difracción sigue limitando la imagen incluso si el modelo geométrico se resuelve

correctamente. Un cálculo de conjugación responde a una pregunta de posición y tamaño ideales, no a toda la calidad de un instrumento.

10. Telescopio afocal y aumento angular

Un telescopio refractor astronómico ideal puede modelizarse mediante dos lentes convergentes, objetivo y ocular. Para un objeto en el infinito, el objetivo forma una imagen intermedia en su plano focal imagen. En un telescopio afocal, ese plano coincide con el plano focal objeto del ocular. Los rayos salen entonces paralelos; la distancia entre las lentes es f'_objectif + f'_oculaire en el modelo sencillo.

El aumento angular con signo es G = θ'/θ = −f'_objectif/f'_oculaire para ángulos pequeños y el convenio adoptado. El signo negativo corresponde a una imagen invertida. Con un objetivo de distancia focal 200 mm y un ocular de 25 mm, la separación ideal es de 225 mm y G = −8. El valor absoluto del aumento es ocho; compara ángulos, no directamente una altura de imagen con una altura de objeto situado a una distancia finita.

Un diámetro de objetivo mayor puede recoger más luz y mejorar un límite de resolución por difracción, pero no modifica por sí solo esta razón de distancias focales. Un ocular cambia el aumento; no repara automáticamente una información perdida. Para explicar oralmente un telescopio, distinga el trayecto de los rayos, la imagen intermedia, la condición afocal y el aumento.

11. Refracción, frecuencia y longitud de onda

El índice de un medio puede definirse mediante n = c_0/v_phase para una onda luminosa monocromática, con c_0 como velocidad de propagación en el vacío. En una interfaz estacionaria, la frecuencia permanece igual en el modelo de transmisión, mientras que la longitud de onda pasa a ser λ_milieu = λ_vide/n. Por tanto, un color ligado a la frecuencia no se transforma simplemente en otro color porque haya cambiado la longitud de onda dentro del medio.

La ley de refracción se escribe n_1sin(θ_1) = n_2sin(θ_2), con los ángulos medidos respecto a la normal a la interfaz. Medirlos respecto a la superficie sin conversión es un error de geometría. Si n_2 > n_1, el rayo refractado se acerca a la normal en la geometría habitual. La dirección y la amplitud de la reflexión todavía requieren sus propias relaciones.

Una reflexión interna total es posible cuando la onda pasa de un índice mayor a uno menor y el ángulo de incidencia supera un ángulo límite que cumple sin(θ_limite) = n_2/n_1. Esta condición no se aplica al paso inverso. Ilustra la importancia del orden de los medios. Las propiedades de los índices pueden depender de la longitud de onda; la dispersión explica algunas diferencias de dirección entre componentes de una luz policromática.

12. Ejercicios resueltos

A - Anchura central. λ = 400 nm, b = 0,10 mm y D = 2,0 m. **Solución:** $\ell \approx 2\lambda D/b$ = 0,016 m, es decir, 16 mm. El semiángulo es de aproximadamente 0,004 rad. Dar una anchura de 8 mm habría olvidado el factor dos.

B - Distancia entre franjas. Un montaje ideal tiene i = 3,0 mm, a = 0,50 mm y D = 2,5 m. **Solución:** λ ≈ ia/D = 6,0×10^−7 m, es decir, 600 nm. Ambas medidas en milímetros se convierten a metros

antes del producto. La longitud de onda calculada depende de las hipótesis de pequeña inclinación y coherencia.

C - Fase. Dos ondas inicialmente en fase tienen una diferencia de camino de 3λ/2. **Solución:** $\Delta\varphi = 3\pi$, equivalente a π módulo 2π: la interferencia es destructiva. Solo es completamente nula si las amplitudes son iguales en el modelo.

D - Imagen. f' = 0,20 m y OA = −0,40 m. **Solución:** 1/OA' = 5 − 2,5 = 2,5, por tanto OA' = 0,40 m y γ = −1. La imagen es real, invertida y del mismo tamaño. El mismo tamaño no implica una orientación idéntica.

E - Telescopio. Un telescopio afocal tiene unas distancias focales de 300 y 30 mm. **Solución:** la separación ideal es de 330 mm y el aumento con signo −10. La inversión procede del modelo de dos lentes convergentes; otro sistema de enderezamiento modificaría la descripción.

F - Índice. Una onda de frecuencia dada tiene una longitud de onda en el vacío de 600 nm y entra en un medio de índice 1,5. **Solución:** su longitud de onda en ese medio es de 400 nm; la frecuencia permanece igual en la interfaz estacionaria. La velocidad de fase se divide por 1,5.

13. Repaso y referencias

Para repasar, elija primero el fenómeno: difracción de una abertura, interferencia entre contribuciones, conjugación de una lente o aumento de un telescopio. Escriba después las dimensiones y los convenios propios de ese fenómeno. No confunda anchura de rendija y separación de rendijas, ángulo y longitud en pantalla, aumento lateral y aumento angular. Una representación anotada puede ser más instructiva que una fórmula aislada.

Marco oficial publicado de Terminale:
https://www.education.gouv.fr/bo/19/Special8/MENE1921249A.htm y anexo https

://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8_MENJ_25_7_2019/92/9/spe249_annexe_1158929.pdf, consultados el 11 de octubre de 2026. La parte sobre resolución circular es un complemento declarado; la guía no pretende reproducir todas las modalidades de un examen. Explicaciones y ejercicios originales LFDP, sin fotografías, esquemas ni citas de manuales de terceros. Los cálculos no constituyen ningún protocolo de montaje ni de seguridad óptica.

Capítulo 11 - Fotones, niveles de energía y conversión de la luz

Referencia histórica - 1905 y 1921: una ley para el efecto fotoeléctrico

El dossier de la Fundación Nobel relaciona los trabajos de Einstein de 1905 con la explicación del efecto fotoeléctrico mediante cuantos de luz. El premio de física concedido para 1921, entregado al año siguiente, menciona especialmente la ley de este efecto. Por tanto, no debe presentarse como un premio obtenido por la relatividad general. Esta referencia sirve, sobre todo, para comprender un cambio de pregunta: aumentar una intensidad no sustituye necesariamente a la energía individual exigida para extraer un electrón en el modelo de un fotón. El cálculo debe comparar energías, y no confundir potencia del haz y frecuencia.

Referencia del hecho histórico, consultada el 11 de octubre de 2026: NobelPrize.org, dossier sobre la luz y archivos Nobel, https://www.nobelprize.org/prizes/physics/the-dual-nature-of-light-as-reflected-in-the-nobel-archives/. Análisis pedagógico LFDP, sin citas textuales ni imágenes reproducidas.

1. Por qué son necesarias varias descripciones de la luz

El capítulo anterior describía una onda luminosa mediante su longitud de onda, su fase y sus interferencias. Esta representación explica la disposición de las franjas y los límites de resolución. Sin embargo, no basta para dar cuenta de todas las modalidades de intercambio de energía entre luz y materia. Cuando un detector recibe luz, la energía puede transferirse mediante eventos discretos. El fotón designa el cuanto asociado a esta interacción electromagnética. Por tanto, no hay que sustituir una teoría útil por un eslogan opuesto: los fenómenos estudiados determinan las magnitudes y el modelo pertinentes.

Un fotón no es una pequeña bola clásica cuya trayectoria pueda seguirse sin consecuencias en cualquier dispositivo de interferencia. Una onda luminosa tampoco es una sustancia material que fluya como el agua. Las imágenes pueden facilitar una primera explicación; dejan de ser útiles cuando se les atribuyen propiedades ajenas al modelo. Una buena respuesta distingue lo que se mide, lo que se calcula y lo que pertenece a una representación pedagógica.

En esta guía, la energía de un fotón sirve para estudiar las transiciones entre niveles de energía, el efecto fotoeléctrico y algunos balances de conversión. No emprendemos una construcción completa de la mecánica cuántica. Los ejemplos numéricos de niveles atómicos y materiales son ficticios, salvo indicación contraria. Permiten razonar sin hacer pasar un esquema simplificado por las características de un componente real.

2. Energía, frecuencia y longitud de onda en el vacío

Para una radiación de frecuencia ν, la energía de un fotón se escribe:

$E = h\,\nu = h\,c_0 / \lambda_0$.

La constante de Planck h vale exactamente $6{,}626\,070\,15 \times 10^{-34}$ J·s y la velocidad de la luz en el vacío c_0 exactamente 299 792 458 $m \cdot s^{-1}$ en el sistema internacional. La notación λ_0 indica la longitud de onda en el vacío. La frecuencia y la longitud de onda están relacionadas mediante $c_0 = \lambda_0\,\nu$. La fórmula no añade tres parámetros independientes: dar uno de los dos parámetros espectrales permite calcular el otro y después la energía.

La dimensión de $h\,\nu$ es J·s multiplicado por s^{-1}, por tanto, una energía. Para una longitud de onda de 600 nm, la conversión previa da $\lambda_0 = 600 \times 10^{-9}$ m. Se obtiene aproximadamente $3{,}31 \times 10^{-19}$ J por fotón. Este número muy pequeño describe un evento

individual; no significa que una fuente que produce un gran número de fotones transporte una energía despreciable.

El paso de la luz por un medio transparente cambia su velocidad de propagación y su longitud de onda, pero conserva su frecuencia al atravesar una interfaz estacionaria. Si el índice es n, la longitud de onda del medio es $\lambda = \lambda_0/n$. Sería incorrecto sustituir λ_0 por esa longitud de onda acortada en h c_0/λ: se atribuiría al fotón una energía multiplicada por n sin el mecanismo correspondiente. El cálculo más seguro utiliza h ν, o h c_0/λ_0 cuando se da explícitamente la longitud de onda en el vacío.

El fotón tiene una masa en reposo nula y una energía no nula. Esto no permite aplicar la expresión clásica m $v^2/2$ con una masa nula para concluir que la energía es nula. Esa expresión pertenece a otro régimen físico. La coherencia de un razonamiento depende también del dominio de validez de sus relaciones.

3. El electronvoltio: una unidad de energía, no una tensión

El electronvoltio está adaptado a las energías de los fenómenos microscópicos. Un electronvoltio vale exactamente 1,602 176 634 $\times 10^{-19}$ J. Su símbolo eV no debe confundirse con el voltio, unidad de diferencia de potencial. La relación entre ambos procede de la energía asociada al desplazamiento de una carga elemental bajo una diferencia de potencial de un voltio. No obstante, una energía y una tensión conservan dimensiones diferentes.

Para convertir julios en electronvoltios, se divide por el valor de un electronvoltio en julios. Así, el fotón de 600 nm posee una energía de aproximadamente 2,07 eV. Para convertir una energía de 3,0 eV en julios, por el contrario, se multiplica por $1{,}602 \times 10^{-19}$: el resultado es próximo a $4{,}81 \times 10^{-19}$ J. Escribir completo el factor de conversión impide elegir al azar el sentido de la operación.

Un atajo práctico, siempre que se mantengan sus unidades, es:

E en eV ≈ 1 240 / longitud de onda en el vacío en nm.

El número 1 240 es un redondeo del producto h c_0 expresado en eV·nm. No es una nueva constante independiente. Para 400 nm, se obtiene aproximadamente 3,10 eV; para 800 nm, aproximadamente 1,55 eV. Duplicar la longitud de onda divide la energía del fotón por dos. Esta comparación constituye una comprobación inmediata de cualquier cálculo espectral.

4. Potencia de un haz y número de fotones

Una potencia mide una energía transferida por unidad de tiempo. En el modelo de un haz monocromático, si cada fotón lleva la energía E y el flujo medio de fotones es Ṅ, entonces P = Ṅ E. Por tanto, puede escribirse Ṅ = P/(h ν). Esta relación no afirma que los fotones lleguen a intervalos regulares; da un flujo medio compatible con la potencia considerada.

Tomemos una fuente ficticia de potencia óptica 2,0 mW a 500 nm en el vacío. La energía individual es próxima a $3{,}97 \times 10^{-19}$ J. Por tanto, el flujo medio es de aproximadamente $5{,}03 \times 10^{15}$ fotones por segundo. Un milisegundo representa, como media, unos $5{,}03 \times 10^{12}$ fotones. El resultado ilustra el contraste entre una energía microscópica y un flujo macroscópico, sin exigir representar mentalmente cada evento.

Si la fuente tiene varias longitudes de onda, dividir la potencia total por la energía de un fotón elegido arbitrariamente no es exacto. Hay que distribuir la potencia según el espectro, calcular las contribuciones y sumarlas. A veces puede utilizarse una aproximación monocromática, pero debe nombrarse y comprobarse que responde al nivel de precisión esperado.

Aumentar la potencia a frecuencia fija aumenta el flujo de fotones en este modelo; no cambia la energía de cada fotón. Aumentar la frecuencia aumenta la energía individual, pero la potencia total

también depende del número de fotones. Por tanto, el color y la potencia no son dos maneras equivalentes de decir «cantidad de luz».

5. Interpretar un diagrama de niveles de energía

Un diagrama representa estados de energía permitidos para un sistema. La posición vertical indica la energía, a menudo en electronvoltios. Las distancias dibujadas solo son cuantitativas si la escala lo es. Para estudiar una transición, se calcula la diferencia entre energía final y energía inicial, en lugar de buscar inmediatamente una fórmula espectral.

Consideremos unos niveles ficticios de −5 eV y −2 eV. El paso del primero al segundo aumenta la energía del sistema en 3 eV. En el modelo de absorción de un único fotón, este debe proporcionar esa diferencia. La longitud de onda correspondiente es de aproximadamente 413 nm en el vacío. El paso inverso puede producir un fotón de la misma energía si la transición considerada es radiativa.

Los signos negativos de los niveles no hacen negativa la energía del fotón. Señalan la elección de una referencia energética, por ejemplo, la de un estado no ligado en un modelo. La energía transferida depende de la diferencia, y esa diferencia es positiva para el fotón emitido. Cambiar todas las energías de nivel por una misma constante conserva las transiciones.

La mera correspondencia energética no garantiza que una transición sea observable. En los sistemas reales intervienen reglas de selección, poblaciones de estados, interacciones y condiciones de medida. En un ejercicio sencillo, se utilizan las transiciones declaradas como posibles. Para interpretar un espectro real, se buscan referencias propias de la especie y del dispositivo estudiados.

Un espectro de líneas puede servir para identificar transiciones; no siempre constituye una etiqueta única independiente de cualquier condición. La resolución del espectrómetro, las mezclas, el ensanchamiento de las líneas y los niveles efectivamente poblados modifican la interpretación. El método científico requiere varios indicios concordantes, no una semejanza visual aislada.

6. El modelo energético del efecto fotoeléctrico

El efecto fotoeléctrico designa la emisión de electrones provocada por la interacción de una radiación con un material, en las condiciones adecuadas. En el modelo elemental donde un electrón recibe la energía de un único fotón, una parte de esa energía sirve para superar la barrera caracterizada por el trabajo de extracción Φ. La energía cinética máxima de los electrones emitidos es entonces:

$K_{max} = h\,\nu - \Phi$, cuando $h\,\nu$ es al menos igual a Φ.

El máximo es necesario: no todos los electrones salen con una energía idéntica. Su estado y las pérdidas antes de la emisión pueden ser distintos. La ecuación describe el límite energético del modelo, no una ley que atribuya sistemáticamente la misma velocidad a cada electrón detectado.

Para un material ficticio de trabajo de extracción 2,2 eV y una luz de 400 nm, la energía del fotón es próxima a 3,10 eV. La diferencia da $K_{max} \approx 0{,}90$ eV, es decir, aproximadamente $1{,}44 \times 10^{-19}$ J. Una aproximación no relativista conduciría a $v_{max} = \sqrt{(2\,K_{max}/m_e)}$, aproximadamente $5{,}6 \times 10^{5}$ m·s^{-1}. Esta velocidad sigue siendo pequeña respecto a c_0, lo que hace coherente la aproximación en este ejemplo.

La frecuencia umbral es $\nu_{seuil} = \Phi/h$. También puede definirse la longitud de onda umbral en el vacío $\lambda_{seuil} = h\,c_0/\Phi$. Para $\Phi = 2{,}2$ eV, es próxima a 564 nm. En el régimen de un fotón, una longitud

de onda más corta aporta una energía suficiente; una longitud de onda más larga no aporta bastante.

A 700 nm, la energía individual es solo de aproximadamente 1,77 eV: es inferior al trabajo de extracción ficticio. En este modelo, aumentar simplemente el número de fotones no sustituye a la energía que le falta a cada uno. Hay que evitar convertirlo en una afirmación universal sobre todos los regímenes experimentales: pueden existir mecanismos multifotónicos a determinadas intensidades, pero quedan fuera del modelo estudiado aquí.

7. Un experimento que distingue frecuencia e intensidad

Para poner a prueba una relación, se debe variar un parámetro controlando los demás. A frecuencia fija por encima del umbral, un aumento del flujo de fotones puede incrementar el número de electrones emitidos por unidad de tiempo, dentro de un régimen donde el material y la recogida no se saturan. No modifica directamente K_max en la ecuación elemental. A intensidad adecuada, cambiar la frecuencia modifica, por el contrario, el máximo energético previsto.

Una tensión opuesta al movimiento de los electrones puede permitir estimar su energía máxima. El valor positivo de la tensión de frenado, representado por U_a como magnitud, cumple K_max = e U_a. El electrón lleva la carga −e; los signos de los potenciales en un esquema dependen de su orientación. Utilizar el valor positivo U_a evita transformar un convenio de circuito en una energía cinética negativa.

Con K_max ≈ 0,90 eV, se espera una tensión de frenado de magnitud aproximada 0,90 V en el modelo ideal. Esta correspondencia numérica utiliza la definición del electronvoltio. No permite despreciar los efectos experimentales: deben

considerarse los potenciales de contacto, la luz parásita, la corriente residual y la precisión de lectura en un análisis real.

Si se representa K_max en julios en función de ν en hercios, la pendiente teórica es h y la ordenada en el origen es −Φ. Si la energía está en eV, la pendiente se expresa en eV·s, no en J·s. Reconocer la unidad de la pendiente es indispensable para utilizar una gráfica o comparar dos medidas.

8. Conversión fotovoltaica y balances correctos

Una célula fotovoltaica transforma una parte de la energía luminosa recibida en energía eléctrica utilizable. Su funcionamiento completo requiere un modelo del material y del transporte de cargas más elaborado que el efecto fotoeléctrico sencillo. Sin embargo, para un balance macroscópico pueden compararse la potencia incidente y la potencia eléctrica entregada, siempre que se precisen la superficie y las condiciones.

Una superficie ficticia de 0,020 m² recibe una irradiancia de 500 W·m⁻². Si esta irradiancia es la recibida por la superficie en las condiciones geométricas declaradas, la potencia incidente es de 10 W. Si la potencia eléctrica útil es de 1,8 W, el rendimiento relativo a la energía incidente es del 18 %. Quedan 8,2 W distribuidos entre reflexión, posibles transmisiones, calentamiento y otras pérdidas según el sistema.

Supongamos que se absorbe efectivamente el 80 % de la potencia incidente. La potencia absorbida es entonces de 8 W. La fracción convertida en electricidad dentro de esa potencia absorbida es del 22,5 %. Los dos porcentajes no se contradicen: tienen denominadores distintos. Un rendimiento presentado sin frontera de sistema ni referencia energética puede resultar engañoso incluso cuando su cálculo aritmético es exacto.

No puede convertirse una iluminancia en lux en potencia en vatios mediante una simple constante válida para todas las fuentes. El lux tiene en cuenta la respuesta visual humana según el espectro. El vatio mide una energía por segundo. Una comparación de fuentes requiere saber si se evalúa una percepción luminosa, una potencia radiante o una eficiencia de conversión.

9. Preguntas resueltas y diagnóstico de los errores

Ejercicio A. Una radiación tiene una longitud de onda en el vacío de 620 nm. Calcule la energía del fotón en julios y en electronvoltios. La respuesta es de aproximadamente $3{,}20 \times 10^{-19}$ J, es decir, 2,00 eV. Un valor de 2,00 J procedería de una confusión entre resultado numérico en eV y resultado en julios; un valor de $3{,}20 \times 10^{-28}$ J indicaría probablemente que se ha olvidado convertir el nanómetro.

Ejercicio B. Un modelo de sistema tiene los niveles −4,0 eV, −2,5 eV y −1,0 eV. ¿Qué energías podrían corresponder a las diferencias entre esos niveles? Las diferencias positivas son 1,5 eV y 3,0 eV. Por tanto, dos transiciones distintas pueden compartir la misma diferencia de 1,5 eV. No se deduce únicamente de esta lista que todas las transiciones estén permitidas o sean observables.

Ejercicio C. Un material ficticio tiene $\Phi = 2{,}5$ eV. ¿Basta un fotón de 500 nm en el modelo de un fotón? Su energía es próxima a 2,48 eV: sigue siendo ligeramente inferior al umbral. Redondear demasiado pronto a 2,5 eV eliminaría la distinción solicitada. La longitud de onda límite es de aproximadamente 496 nm. El ejercicio recuerda que una aproximación adecuada para una presentación general puede resultar insuficiente cerca de un umbral.

Ejercicio D. Una fuente monocromática proporciona 3,0 mJ a 600 nm. Estime el número total de fotones asociados a esa energía. Se

divide $3{,}0 \times 10^{-3}$ J por $3{,}31 \times 10^{-19}$ J, de donde se obtienen aproximadamente $9{,}1 \times 10^{15}$ fotones. El resultado es un número sin unidad; no representa una frecuencia. Para obtener un flujo, habría que conocer la duración de la emisión.

Ejercicio E. Con idéntica potencia óptica, ¿una fuente de 800 nm y una fuente de 400 nm producen el mismo flujo de fotones? El fotón de 400 nm lleva el doble de energía. Por tanto, el flujo correspondiente es dos veces menor, a idéntica potencia y dentro de la aproximación monocromática. Una respuesta basada únicamente en el color visible no bastaría.

Complemento - Decaimiento radiactivo, actividad y período de semidesintegración

La radiactividad corresponde a la transformación espontánea de núcleos inestables, acompañada de la emisión de radiaciones. No puede anunciarse el instante de desintegración de un núcleo particular a partir de una cuenta atrás determinista. Sin embargo, una población numerosa permite un modelo estadístico de decaimiento. Para un mismo radionúclido dentro del marco sencillo estudiado, el período de semidesintegración es la duración al cabo de la cual el número medio de núcleos padres restantes se divide por dos. No significa que todos los núcleos desaparezcan después de dos períodos de semidesintegración.

Consideremos una población inicial N_0, sin nuevo aporte de núcleos padres, y una constante de desintegración $\lambda > 0$. El modelo medio cumple $dN/dt = -\lambda N$. La solución es $N(t) = N_0 \exp(-\lambda t)$, para $t \geq 0$. Aquí N cuenta únicamente los núcleos padres todavía no desintegrados, no todos los núcleos del recipiente. Los núcleos producidos pueden ser a su vez radiactivos: la actividad total de una cadena requiere entonces otras ecuaciones. La relación sencilla no es una descripción universal de todas las mezclas.

La actividad A(t) del radionúclido padre es el número medio de desintegraciones por unidad de tiempo: A(t) = λN(t). Se expresa en becquerelios, con 1 Bq = 1 s^{-1}. Por tanto, para expresar A en Bq, λ debe estar en s^{-1}. La actividad no constituye una dosis recibida por una persona: las radiaciones, la exposición y la geometría requieren otras informaciones. Ningún cálculo de este complemento determina una instrucción de manipulación, un umbral de seguridad ni una decisión clínica.

La relación N(t_1/2) = N0/2 da exp(−λt_1/2) = 1/2. Tomando el logaritmo, t_1/2 = ln(2)/λ. Puede entonces escribirse N(t) = N0 × 2^(−t/t_1/2). Después de dos períodos de semidesintegración, queda N0/4; después de tres, N0/8. Cada intervalo retira la mitad de lo que queda, y no una mitad constante de N0. Por tanto, la pendiente de la curva se vuelve menor en valor absoluto, a diferencia de un decaimiento lineal.

Ejercicio original ficticio. Una población padre se modeliza mediante N0 = 2,0 × 10^{12} y un período de semidesintegración de 8,0 h. Calcule λ en unidades SI, N después de 24 h y la actividad padre inicial y después final. Solución: 8,0 h = 28 800 s, por tanto λ ≈ 2,41 × 10^{-5} s^{-1}. Después de tres períodos de semidesintegración, N = 2,5 × 10^{11}. La actividad inicial es de aproximadamente 4,81 × 10^{7} Bq; la actividad después de 24 h es de aproximadamente 6,02 × 10^{6} Bq, es decir, una octava parte. Estos números caracterizan exclusivamente el modelo dado; no están asociados a ningún objeto que deba prepararse o conservarse.

Ejercicio de razonamiento. Determine cuándo la población media pasa por debajo del 1 % de N0. La condición 2^(−t/t_1/2) < 0,01 da t > [ln(100)/ln(2)]t_1/2, aproximadamente 6,64 períodos de semidesintegración. Para el dato anterior, el umbral se cruza después de aproximadamente 53,2 h. A siete períodos de semidesintegración, la fracción es 1/128, aproximadamente el

0,781 %. Una fracción pequeña no es sinónimo de desaparición completa ni constituye un umbral de seguridad. El modelo continuo da una media: para unos pocos núcleos restantes, las fluctuaciones individuales adquieren una importancia que esta curva suave no representa.

Referencias científicas, consultadas el 11 de octubre de 2026: CEA, definición y decaimiento radiactivo, https://www.cea.fr/comprendre/pages/radioactivite/radioactivite.aspx?numero=1&type=chapitre; documento pedagógico alojado por la ASNR, parte 1.2.7, relaciones de decaimiento y actividad, https://recherche-expertise.asnr.fr/sites/default/files/documents/professionnels_sante/documentation/syllabus_chapitre_1.pdf. Las demostraciones y los dos ejercicios son originales LFDP. No se reproduce ningún procedimiento experimental, valor de dosis ni información de tratamiento.

10. Síntesis que explicar sin recitar una fórmula

La energía de un fotón depende de su frecuencia, mientras que la potencia de un haz también depende del número de fotones. Un diagrama de niveles permite calcular diferencias energéticas; la posibilidad de una transición no depende únicamente de esa diferencia. El efecto fotoeléctrico elemental exige comparar la energía individual con el trabajo de extracción. Un balance fotovoltaico compara potencias definidas en la misma frontera y en las mismas condiciones.

Para presentar una resolución, empiece por nombrar la energía buscada y su unidad. Precise después el modelo: fotón monocromático, transición declarada, extracción con un fotón o conversión macroscópica. Convierta la longitud de onda, conserve las cifras necesarias cerca de un umbral y compruebe después el sentido del resultado. Si la longitud de onda disminuye, la energía individual aumenta. Si la potencia aumenta a frecuencia fija, el flujo puede aumentar. Estas dos comprobaciones conceptuales impiden numerosos errores de cálculo.

Referencias de marco y constantes

Programa francés de especialidad de física y química de Terminale, parte de energía del fotón y efecto fotoeléctrico; los desarrollos y ejercicios anteriores son una redacción original, no una reproducción del programa: https://www.education.gouv.fr/bo/19/Special8/MENE1921249A.htm

NIST, tabla de constantes físicas CODATA 2022, consultada el 11 de octubre de 2026 para h, c_0, e y m_e: https://physics.nist.gov/cuu/Constants/Table/allascii.txt

Capítulo 12 - Construir, poner a prueba y presentar una resolución física

Referencia histórica - 2018-2019: definir no significa medir sin error

La resolución adoptada por la CGPM en 2018 fijó los valores numéricos de siete constantes que definen el SI revisado, con efecto a partir del 20 de mayo de 2019. El BIPM indica, entre otras, la constante de Planck, la carga elemental y la constante de Boltzmann. Esta referencia institucional ayuda a distinguir un valor exacto por definición de una realización experimental. Una balanza, un sensor o un método siguen estando sujetos a sus incertidumbres. Por tanto, cuando examine un resultado, pregunte si la incertidumbre se refiere a la constante definida, a la medida realizada o a las aproximaciones de su modelo; estos tres niveles no se sustituyen entre sí.

Referencia del hecho histórico, consultada el 11 de octubre de 2026: BIPM, resolución 1 de la 26.ª CGPM, https://www.bipm.org/en/committees/cg/cgpm/26-2018/resolution-1. Análisis pedagógico LFDP, sin citas textuales ni imágenes reproducidas.

1. Una pregunta física no es una colección de datos

Un enunciado puede contener una descripción, una gráfica, medidas, valores de referencia y detalles de contexto. Todos estos elementos no tienen el mismo estatuto. La primera tarea consiste en reformular la pregunta como una magnitud buscada o una proposición que discutir. «¿Es compatible el resultado con el modelo?» no pide solamente calcular un número. «¿Qué dispositivo es más eficaz?» exige precisar el criterio de eficacia y las condiciones de comparación.

Por tanto, el trabajo empieza antes de elegir una fórmula. Se identifican el sistema, el período estudiado, los intercambios permitidos por la modelización y las magnitudes realmente disponibles. Una masa y una altura quizá sugieran un balance energético, pero la existencia de rozamientos declarados impide concluir inmediatamente que se conserva la energía mecánica. La presencia de una resistencia y un condensador sugiere una evolución RC, pero deben conocerse el estado inicial y la conexión para determinar la solución.

Un método eficaz consiste en redactar dos frases: «Busco…» y «Modelizo…». La primera evita resolver una pregunta cercana; la segunda hace visibles las hipótesis. Estas frases pueden ser breves en un examen. Su función no es producir un preámbulo decorativo, sino fijar las condiciones de la resolución.

Los modelos ideales estudiados en esta guía no autorizan la realización autónoma de dispositivos peligrosos. Un cálculo de fuerza, tensión, temperatura o energía no es un procedimiento de seguridad ni una certificación técnica. En particular, los experimentos eléctricos, las fuentes luminosas intensas y los sistemas presurizados requieren una supervisión adecuada. Los ejercicios utilizan situaciones teóricas claramente definidas.

2. Elegir una ley justificando su dominio

Dos enfoques pueden resolver el mismo problema sin requerir el mismo esfuerzo. Para conocer una velocidad después de una caída sin resistencia, el teorema de la energía cinética suele ser más rápido que la integración temporal de la dinámica. Para conocer el instante de llegada, la energía por sí sola no basta: hace falta una relación temporal. Para estudiar una fuerza normal durante un movimiento circular, la proyección de la segunda ley de Newton es más directa que un simple balance energético.

Por tanto, la elección no se reduce a «esta fórmula aparece en este capítulo». Pregúntese qué incógnitas relaciona la ley y cuáles introduce. Una relación que contiene una fuerza de contacto desconocida puede complicar un cálculo de velocidad, mientras que su trabajo es nulo en el modelo. A la inversa, eliminar demasiado pronto la fuerza de contacto mediante un balance de energía impediría responder a una pregunta sobre esa fuerza.

También hay que distinguir una ley fundamental de una relación de comportamiento. La conservación de la energía no depende de que un resorte sea perfectamente lineal. En cambio, la relación $F = -k\,x$ supone un régimen de deformación y un modelo preciso. Del mismo modo, el balance de carga sigue siendo pertinente cuando un elemento de dos terminales no obedece a la ley de Ohm; su relación corriente-tensión debe entonces sustituirse por la adecuada.

Para una presentación oral, comparar dos caminos posibles suele ser muy instructivo. Se explica por qué uno proporciona directamente la magnitud buscada y después se utiliza el otro como comprobación independiente cuando es posible. Una comprobación mediante un método diferente tiene más valor que una repetición del mismo cálculo con otra disposición de los números.

3. Caso completo: caída con lanzamiento horizontal y resistencia del aire despreciada

Un objeto ficticio abandona horizontalmente una plataforma situada a 5,0 m sobre un suelo horizontal, con una velocidad de 4,0 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Se toma $g = 10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ para simplificar y se desprecia el aire. Los ejes son uno horizontal orientado en el sentido del movimiento y otro vertical hacia arriba; el origen está en el punto de partida. La velocidad vertical inicial es nula.

Las ecuaciones pasan a ser x(t) = 4 t e y(t) = −5 t². El suelo corresponde a y = −5 m. Por tanto, el tiempo positivo de llegada es de 1,0 s y después la distancia horizontal es de 4,0 m. La velocidad de llegada tiene como componentes 4,0 y −10 m·s⁻¹. Su módulo es √116, aproximadamente 10,8 m·s⁻¹, y no la suma de 14 m·s⁻¹. Un vector y su módulo no se calculan de la misma manera.

El balance de energía proporciona una comprobación: v² = v₀² + 2 g h = 16 + 100 = 116 m²·s⁻². Vuelve a obtener el módulo sin determinar directamente el instante de llegada. La coherencia de ambos enfoques confirma los cálculos dentro del modelo, pero no demuestra que la resistencia del aire sea despreciable para cualquier objeto real. Una hoja y una bola pueden tener comportamientos distintos a pesar de la misma altura.

El resultado horizontal varía linealmente con la velocidad de partida y con √h cuando g permanece constante: x_arrivée = v₀ √(2 h/g). Duplicar la altura multiplica el alcance por √2, no por dos. Esta dependencia es más informativa que un valor único. También permite detectar una fórmula errónea, por ejemplo, un alcance proporcional a h cuando el tiempo de caída debería depender de √h.

4. Un modelo alternativo: caída con rozamiento lineal

Para ilustrar otro régimen, se elige ahora un eje vertical dirigido hacia abajo y una fuerza de resistencia −b v, con b positivo. Esta relación es un modelo de rozamiento lineal; no describe universalmente la resistencia del aire. En determinados regímenes, una dependencia cuadrática o más compleja sería más pertinente. Por tanto, hay que presentar el cálculo como una comparación de modelos, no como una corrección válida en cualquier situación.

La dinámica da m v' = m g − b v. Definiendo τ = m/b y v_lim = m g/b, con v(0) = 0, se obtiene v(t) = v_lim (1 − e^(−t/τ)). La

velocidad aumenta, pero se aproxima a un valor límite. La aceleración es g e^(−t/τ), positiva y decreciente. Al principio, cuando t es pequeño respecto a τ, la aproximación de la exponencial da v ≈ g t, como en la caída sin resistencia.

La posición, contada a partir de la salida, es z(t) = v_lim [t − τ (1 − e^(−t/τ))]. Su derivada vuelve a dar v(t), y z(0) = 0. Para tiempos pequeños, el desarrollo de primer orden de la velocidad y después su integración conducen a z ≈ g t²/2. Estas comprobaciones de las condiciones iniciales y del régimen límite son indispensables cuando una expresión exponencial contiene varios signos.

Tomemos τ = 2,0 s y g = 10 m·s⁻². La velocidad límite ficticia es de 20 m·s⁻¹. En t = 2,0 s, la velocidad es de aproximadamente 12,6 m·s⁻¹, frente a 20 m·s⁻¹ sin resistencia. La distancia recorrida es de aproximadamente 14,7 m, frente a 20 m en el modelo sin resistencia. Por tanto, el rozamiento cambia tanto la velocidad como la relación entre tiempo y distancia.

Para elegir entre los modelos, una única medida puede resultar insuficiente. Se buscan varios valores temporales, se comparan las desviaciones con la precisión experimental y se examina la estructura de los residuos. Una curva que se estabiliza sugiere una resistencia, pero también puede resultar de un aparato saturado. La interpretación física debe ir acompañada de un análisis del dispositivo de medida.

5. Pasar de una gráfica a un parámetro

Una gráfica es una representación de datos con una escala, una unidad y, a veces, una transformación. La pendiente de y en función de x tiene la unidad de y dividida por la de x. Si se representa una velocidad en $m \cdot s^{-1}$ frente a un tiempo en segundos, la pendiente es una aceleración en $m \cdot s^{-2}$. Si el eje horizontal está en milisegundos, la lectura directa de la pendiente exige una conversión antes de compararse con un valor en unidades SI.

Para una descarga RC ideal, u(t) = u_0 e^(−t/τ). Cuando las tensiones permanecen positivas en los datos utilizados, puede escribirse ln[u(t)/u_0] = −t/τ. El cociente dentro del logaritmo es adimensional. Representar este logaritmo frente al tiempo conduce a una recta cuya pendiente es −1/τ. Utilizar ln u sin precisar una tensión de referencia oculta esta exigencia dimensional, aunque algunos usos numéricos dejen esa referencia implícita.

Supongamos que u(0) = 6,0 V y u(2,0 s) = 3,0 V. El modelo da τ = 2/ln 2, aproximadamente 2,89 s. Prevé entonces u(4,0 s) = 1,5 V. Este tercer valor constituye una predicción comprobable, siempre que no se haya utilizado ya para determinar τ. Si la medida es de 1,9 V con una incertidumbre pequeña, no hay que limitarse a redondear más para salvar el modelo: deben examinarse las hipótesis o los datos.

El ajuste puede incluir una ordenada en el origen libre para tener en cuenta un instante de activación desplazado. No debe obligarse a la recta a pasar por el origen únicamente porque una fórmula ideal lo sugiera, sin comprobar que el origen de los tiempos y la tensión de referencia corresponden realmente al protocolo. Una hipótesis impuesta durante el tratamiento puede crear una confirmación aparente.

6. Incertidumbres, dispersión y compatibilidad

Un valor medido no es un conocimiento exacto de la magnitud. La repetición de medidas puede informar sobre la dispersión; la resolución del aparato, su calibración, las condiciones y el método también contribuyen a la incertidumbre. Una serie muy concentrada no excluye un sesgo común. Diez lecturas con una regla cuyo origen está desplazado pueden ser reproducibles y, sin embargo, sistemáticamente demasiado grandes.

Pueden compararse dos resultados x_1 y x_2 con incertidumbres estándar u_1 y u_2. Si las contribuciones son independientes, la incertidumbre estándar de su diferencia es $\sqrt{(u_1^2 + u_2^2)}$. La razón $|x_1 - x_2|/\sqrt{(u_1^2 + u_2^2)}$ cuantifica entonces la desviación respecto a esa escala. Ayuda a discutir la compatibilidad dentro del marco de las hipótesis elegidas. No sustituye un análisis de los sesgos ni una regla de decisión declarada previamente.

Tomemos 2,00 s con $u_1 = 0{,}03$ s y 2,08 s con $u_2 = 0{,}04$ s. La diferencia es de 0,08 s y la incertidumbre estándar de la diferencia de 0,05 s; la razón es 1,6. Puede decirse que la diferencia es 1,6 veces esa incertidumbre combinada. No puede anunciarse una probabilidad exacta de verdad del modelo a partir de ese único número. Una conclusión depende, entre otras cosas, del significado de las incertidumbres y del marco estadístico adoptado.

La correlación cambia el cálculo. Si los dos resultados utilizan el mismo instrumento y la misma calibración, una parte de su error puede ser común. Esta contribución puede cancelarse en una diferencia o sumarse en una suma. Por tanto, la combinación en cuadratura para contribuciones independientes no es una fórmula que deba aplicarse automáticamente a todas las situaciones. En un ejercicio se siguen las hipótesis dadas; en un estudio real se pregunta de dónde proceden las incertidumbres.

7. Comprobar las dimensiones y los comportamientos límite

Una ecuación solo puede sumar magnitudes de la misma dimensión. En la expresión m g h + m v²/2, ambos términos son energías. En una propuesta m g + m v²/2, se sumaría una fuerza a una energía: el error puede detectarse sin conocer los valores numéricos. Una comprobación dimensional no demuestra una fórmula, porque varias expresiones diferentes pueden tener la misma dimensión; no obstante, elimina muchas posibilidades incorrectas.

Los argumentos de una exponencial, un logaritmo o una función trigonométrica deben ser adimensionales en los modelos habituales. En e^(−t/τ), la razón entre dos tiempos cumple esta condición. En cos(2π f t), el producto de la frecuencia por el tiempo también es adimensional. Una escritura e^(−t) solo está completa si se ha explicitado una escala temporal o un convenio de unidad.

Los límites constituyen un segundo filtro. Si aumenta una resistencia al flujo, el caudal no debería aumentar en un modelo donde la diferencia de presión permanece fija. Si la duración de una carga RC tiende a cero, la tensión debe recuperar su valor inicial. Si aumenta una distancia de observación para una fuente isótropa ideal, la intensidad recibida debe disminuir. Estos razonamientos sencillos se apoyan en condiciones que se mantienen constantes; sin ellas, la comparación pierde su sentido.

La comprobación también debe referirse a los valores extremos que invalidan el modelo. En una relación que supone ángulos pequeños, tomar un ángulo próximo a π/2 no es una prueba física pertinente de la fórmula aproximada. Primero se comprueba si el límite explorado sigue perteneciendo al dominio declarado. Un fallo fuera del dominio informa sobre el alcance del modelo, no necesariamente sobre su exactitud dentro de su dominio.

8. Un estudio de documentos que mantiene visibles sus pruebas

Una síntesis documental debe distinguir lo que dice una fuente de lo que se deduce de ella. Una tabla de rendimiento medido en condiciones particulares no garantiza el mismo rendimiento bajo cualquier clima. Un valor nominal no es un valor mínimo garantizado. Un fragmento histórico puede explicar la evolución de un concepto sin proporcionar los datos necesarios para un cálculo actual.

Para comparar dos documentos, examine sus fechas, sistemas, unidades, fronteras de balance e incertidumbres. Dos números diferentes pueden ser compatibles si no miden exactamente la misma magnitud. A la inversa, dos números iguales pueden no estar relacionados si corresponden a condiciones distintas. Por tanto, la primera pregunta es «¿qué se mide?», antes de «¿cuál es mayor?».

Un argumento sólido contiene una proposición, una prueba y un límite. Por ejemplo: «En el modelo isótropo sin absorción, duplicar la distancia divide la intensidad por cuatro, porque se distribuye sobre un área proporcional al cuadrado de la distancia. Esta predicción no describe automáticamente un entorno reflectante». El límite preciso refuerza el argumento; no lo anula.

Para una exposición oral, prepare una figura sencilla, una ecuación central y un ejemplo numérico que pueda repetir. Prepare también una pregunta crítica: ¿por qué se ha despreciado tal interacción, elegido tal sistema de referencia o adoptado tal escala? Una respuesta explicada a esta pregunta muestra una comprensión más profunda que un cálculo largo recitado sin posibilidad de justificación.

9. Ejercicios de síntesis resueltos

Ejercicio A. Una masa ficticia de 0,40 kg desciende sin rozamiento desde una altura de 1,8 m y después comprime un resorte horizontal de constante elástica 160 $N \cdot m^{-1}$. Con $g = 10\ m \cdot s^{-2}$, la energía disponible es de 7,2 J. A la compresión máxima, la velocidad es nula y $k\,x^2/2 = 7{,}2$, por tanto $x = 0{,}30$ m. Esta respuesta supone que la altura ya no cambia durante la compresión y que toda la energía considerada se convierte en energía elástica.

Si se disipan 1,8 J antes de la compresión, la energía elástica máxima es de solo 5,4 J. Se obtiene $x = \sqrt{(10{,}8/160)}$, aproximadamente 0,260 m. La compresión no disminuye en la misma proporción que la energía, porque aparece al cuadrado. Esta comparación explica por qué una comprobación proporcional demasiado intuitiva podría ser errónea.

Ejercicio B. Un sensor recibe dos fuentes sonoras independientes cuyas intensidades son de $4{,}0 \times 10^{-6}\ W \cdot m^{-2}$ cada una. Con $I_0 = 10^{-12}\ W \cdot m^{-2}$, cada nivel es de aproximadamente 66,0 dB. La intensidad total es de $8{,}0 \times 10^{-6}\ W \cdot m^{-2}$ y el nivel de aproximadamente 69,0 dB. Sumar los niveles para obtener 132 dB sería falso. Las intensidades se suman bajo esta hipótesis; los niveles logarítmicos se calculan después.

Ejercicio C. Un haz de 450 nm transporta una potencia de 1,0 mW. Un dispositivo solo convierte en señal útil el 20 % de los fotones recibidos, dentro de un modelo donde cada uno da un evento. La energía individual es de aproximadamente $4{,}41 \times 10^{-19}$ J, el flujo incidente de $2{,}27 \times 10^{15}\ s^{-1}$ y el flujo útil de $4{,}53 \times 10^{14}\ s^{-1}$. La eficiencia de recuento no es automáticamente el rendimiento energético del dispositivo: habría que conocer la energía y las pérdidas asociadas a la señal producida.

Ejercicio D. Dos modelos prevén una tensión inicial de 8 V: el primero u = 8 e^(−t/2), el segundo u = 8 − 2 t. En t = 0,5 s, dan aproximadamente 6,23 V y 7,0 V. En t = 4 s, el segundo da cero y después pasa a ser negativo, lo que contradice un modelo de descarga pasiva cuya tensión permanece positiva. Una aproximación lineal puede ser local; prolongarla indefinidamente produce una predicción falsa.

10. Un método de repaso que reconstruye el razonamiento

Después de un ejercicio, clasifique los errores según su origen: comprensión de la pregunta, sistema e hipótesis, elección de ley, proyección o signo, manipulación algebraica, conversión, cálculo e interpretación. Esta clasificación permite elegir una acción precisa. Repetir diez aplicaciones numéricas no corrige una confusión entre aceleración y velocidad; en ese caso, hay que trabajar las gráficas y las definiciones.

Repase alternando ejercicios parecidos y situaciones nuevas. Los primeros estabilizan una técnica; las segundas comprueban que sabe reconocer cuándo se aplica. Explicar un contraejemplo es especialmente útil: ¿por qué no se conserva la energía mecánica en este sistema, por qué no resulta adecuada esta ley de caudal, por qué no puede introducirse esta magnitud en un logaritmo sin referencia?

Una resolución final debe poder seguirse sin adivinar un convenio oculto. Nombra los símbolos, declara las hipótesis, enlaza las relaciones y concluye en la unidad solicitada. No promete más de lo que permiten los datos. Esta exigencia da unidad a la guía: el cálculo es una herramienta potente cuando sigue acompañado de una comprensión del sistema, del modelo y de la prueba.

Referencias de marco

Programa francés de especialidad de física y química de Terminale, marco de competencias experimentales, de modelización y de comunicación; casos y ejercicios originales LFDP:
https://www.education.gouv.fr/bo/19/Special8/MENE1921249A.htm

Folleto del Sistema Internacional de Unidades, BIPM, para las dimensiones y los convenios de unidades: https://www.bipm.org/en/publications/si-brochure/

Anexos - Problemas transversales y respuestas argumentadas

A. Medir g con un modelo de péndulo: complemento metodológico

En un complemento basado en el modelo del péndulo simple de pequeñas oscilaciones, el período es $T = 2\pi\sqrt{(L/g)}$. El hilo se supone de masa despreciable, la masa móvil se asimila a un punto, se desprecian los rozamientos y la amplitud es suficientemente pequeña. Este modelo no es una definición universal de cualquier péndulo. Un objeto extenso o una gran amplitud pueden requerir otra expresión.

Una medida ficticia da L = 0,640 m y T = 1,60 s. Despejar la magnitud buscada conduce a $g = 4\pi^2L/T^2$, es decir, aproximadamente 9,87 $m{\cdot}s^{-2}$. El cálculo dimensional da m/s^2, como se esperaba. Duplicar T con L fijo dividiría por cuatro el g calculado; esto expresa la dependencia de la estimación, no una manera de modificar la gravedad cambiando la medida.

Para una primera aproximación de incertidumbre con contribuciones independientes, tomemos u(L) = 0,005 m y u(T) = 0,02 s. La incertidumbre relativa combinada es $\sqrt{[(u(L)/L)^2 + (2u(T)/T)^2]}$, aproximadamente 0,0262. Se obtiene $u(g) \approx 0,26$ $m{\cdot}s^{-2}$. El factor dos delante de la incertidumbre relativa de T procede de la potencia T^{-2}. Olvidarlo llevaría a subestimar esta contribución.

Comparar el resultado con una referencia de 9,81 $m{\cdot}s^{-2}$ no exige declararlos iguales. La diferencia es de aproximadamente 0,06 $m{\cdot}s^{-2}$, pequeña respecto a la incertidumbre estándar declarada en este ejemplo. Esta compatibilidad no demuestra la ausencia de sesgo. Se comprobarían, en particular, la definición de L, el

cronometraje de varios períodos, la amplitud y las condiciones de oscilación. Mejorar consiste en actuar sobre una causa identificada, no en añadir decimales.

B. Determinar una densidad mediante pesaje aparente

Un sólido ficticio de masa 0,240 kg está totalmente sumergido en un líquido de densidad 1 000 kg·m^{-3}. Un dispositivo mide una fuerza de tracción vertical de 1,60 N cuando el sólido está inmóvil, sin contacto con el recipiente. Con g = 10 m·s^{-2}, el peso es de 2,40 N. El equilibrio exige que tracción más empuje sea igual al peso: por tanto, el empuje es de 0,80 N.

La relación de Arquímedes da el volumen sumergido V = 0,80/(1 000 × 10) = 8,0 × 10^{-5} m³, es decir, 80 cm³. Puesto que el sólido está totalmente sumergido, este valor es su volumen en el modelo. Su densidad es 0,240/(8,0 × 10^{-5}) = 3 000 kg·m^{-3}. El resultado es mayor que el del líquido, lo que es coherente con la necesidad de una tracción para mantenerlo.

Si el objeto estuviera parcialmente sumergido, el mismo cálculo daría únicamente el volumen de la parte sumergida. Si una burbuja se adhiriera al objeto, si el hilo ejerciera otra acción o si el sólido tocara el fondo, el balance se modificaría. La fórmula utilizada no es falsa; las magnitudes que intervienen en ella ya no corresponderían al modelo declarado.

Este ejercicio distingue tres operaciones: una ley de equilibrio da una fuerza, una relación de empuje da un volumen y una definición da una densidad. Mezclar estas etapas puede ocultar una hipótesis. Escribirlas por separado permite comprobar cada una y explicar el resultado oralmente.

C. Una característica eléctrica no basta para conocer una energía

Un dispositivo ficticio entrega una tensión constante de 4,0 V a una corriente de 0,50 A durante tres minutos. La potencia eléctrica es de 2,0 W y la energía transferida de 360 J, porque tres minutos corresponden a 180 segundos. La carga transferida es de 90 C. La relación energía = tensión × carga vuelve a dar 360 J en estas condiciones de tensión constante.

Supongamos ahora que la tensión permanece constante, pero que la corriente decrece como i(t) = 0,50 e^(−t/60), con t en segundos. La energía durante los mismos 180 segundos es la integral de 4 i(t), es decir, 120(1 − e⁻³) J, aproximadamente 114 J. Multiplicar la potencia inicial por la duración daría 360 J y sobreestimaría considerablemente la transferencia. Una potencia inicial no es una potencia media.

La potencia media durante este intervalo es de aproximadamente 0,633 W. Esta media no significa que el dispositivo haya proporcionado realmente esa potencia en cada instante. Produce el mismo balance global de energía en el intervalo estudiado. La integral describe la acumulación; la función describe la evolución local.

Antes de utilizar indicaciones comerciales de una batería o un cargador, se distinguirían potencia, energía, tensión nominal, capacidad de carga y condiciones de funcionamiento. El ejercicio no establece ninguna autonomía de un aparato real. Enseña a pedir la información necesaria en lugar de convertir un valor aislado en una promesa de uso.

D. Un problema inverso puede admitir varias explicaciones

Una intensidad sonora disminuye cuando el receptor se aleja. Esta observación puede ser compatible con una distribución geométrica sobre superficies crecientes, una absorción del medio, una orientación de la fuente o una combinación de esos efectos. Conocer dos valores no siempre basta para identificar por separado las contribuciones.

En el modelo isótropo sin absorción, $I(r) = P/(4\pi r^2)$. Si la intensidad a dos metros es de $2{,}0 \times 10^{-6}\ \mathrm{W\cdot m^{-2}}$, la predicción a cuatro metros es de $5{,}0 \times 10^{-7}\ \mathrm{W\cdot m^{-2}}$. Una medida de ese valor es compatible con el modelo, pero un modelo más complicado también podría reproducirla con determinados parámetros. La compatibilidad no es la unicidad de la explicación.

Para distinguir los modelos, se amplían las distancias de observación, se mantienen las demás condiciones, se examinan las direcciones y se evalúan las incertidumbres. Se busca una predicción diferente entre las hipótesis. Un nuevo dato útil no es solamente una repetición en el mismo lugar; puede elegirse para distinguir los mecanismos propuestos.

Este razonamiento también es válido para una curva de enfriamiento, una trayectoria o un espectro. Un ajuste logrado muestra que el modelo reproduce ciertos datos con ciertos parámetros. Una prueba más exigente comprueba datos que no se han utilizado para elegir esos parámetros. La distinción evita llamar validación a una simple adaptación a observaciones ya utilizadas.

E. Comparar dos estimaciones de una energía luminosa

Un haz monocromático ficticio de 500 nm entrega 0,50 mJ. Un primer método utiliza la potencia media conocida durante la duración; un segundo cuenta un número estimado de fotones. La energía del fotón es de aproximadamente $3{,}97 \times 10^{-19}$ J. Por tanto, el número asociado a 0,50 mJ es de aproximadamente $1{,}26 \times 10^{15}$.

Si el recuento corregido por las pérdidas da $1{,}20 \times 10^{15}$ fotones, su estimación energética es de aproximadamente 0,477 mJ. Los valores no son idénticos. Antes de concluir que existe una contradicción, se examinarían las incertidumbres del recuento y de la medida de potencia, el carácter monocromático de la fuente y la definición de la duración. El cálculo por sí solo no da su compatibilidad si no se proporcionan las incertidumbres.

Una corrección de detección debe estar ligada a una eficiencia conocida en las condiciones consideradas. Dividir arbitrariamente el número medido por un porcentaje elegido para obtener la energía deseada sería circular. Debe poder explicarse cómo se ha determinado la eficiencia y si depende de la longitud de onda o del flujo.

El ejercicio relaciona una energía macroscópica con una descripción microscópica. No confunde número de fotones, potencia y energía individual. La misma energía total puede repartirse entre más fotones menos energéticos o menos fotones más energéticos; el espectro determina esa distribución.

F. Interpretar una crítica y mejorar una respuesta

Respuesta inicial: «La velocidad es constante porque la resultante es nula». Esta frase es correcta si designa el vector velocidad en un sistema de referencia inercial y se cumplen las condiciones del modelo. Si el contexto no precisa el sistema de referencia, la justificación es incompleta. Si designa únicamente el módulo de la velocidad, puede utilizarse mal en un movimiento circular donde la resultante es no nula a pesar de un módulo constante.

Respuesta mejorada: «En el sistema de referencia inercial elegido, la resultante de las fuerzas es nula; por tanto, la segunda ley de Newton da una aceleración nula y un vector velocidad constante». Es ligeramente más larga, pero cada precisión desempeña un papel. Añadir después todas las fórmulas del capítulo no aportaría necesariamente una respuesta mejor.

Respuesta inicial: «El rendimiento es del 80 %, por tanto desaparece el 20 % de la energía». La segunda parte es incorrecta. La energía no útil según el criterio elegido puede transferirse bajo otras formas o a otros sistemas. Una formulación correcta precisa la energía de entrada, la energía útil y la frontera del balance. El fallo no es aritmético; procede de la interpretación de la conservación.

Respuesta inicial: «Los resultados son próximos, por tanto el modelo es verdadero». La proximidad debe compararse con una incertidumbre y un criterio de decisión. Incluso una buena compatibilidad no transforma un modelo en una descripción exhaustiva. Una conclusión defendible puede ser: «Los datos proporcionados no ponen de manifiesto una desviación significativa según el criterio y las incertidumbres declarados». El matiz es una exigencia de prueba, no una falta de confianza.

G. Preparar una exposición oral con una pregunta que abra una discusión

Elija un problema suficientemente limitado para poder explicarlo sin ocultar las hipótesis. Una pregunta como «¿Por qué aparece una velocidad límite en un modelo de caída con rozamiento?» permite presentar un sistema, una fuerza, una ecuación diferencial, una solución y una comparación con el caso sin rozamiento. También abre una discusión sobre la elección de un rozamiento lineal o cuadrático.

Prepare un dibujo donde puedan identificarse las fuerzas y los ejes, y después una ecuación central en la que cada término tenga un significado. Una ilustración numérica debe declararse ficticia si lo es. Una curva debe tener ejes y unidades. La presentación no debe hacer creer que una simulación del modelo es una medida experimental.

Anticipe tres preguntas: ¿qué fenómeno ha despreciado, qué dato podría contradecir su modelo y qué conclusión sigue siendo válida si cambia un parámetro? Estas preguntas llevan a distinguir la estructura del razonamiento de su ejemplo numérico. Permiten mostrar un dominio transferible en lugar de una recitación.

H. Evaluar la comprensión sin atribuirse una nota automática

Para un capítulo, intente definir una noción, justificar una relación, repetir un cálculo y proponer un caso donde la relación deje de aplicarse. Si falla una de estas tareas, identifique qué falta: vocabulario, representación, manipulación o comprensión de las hipótesis. El diagnóstico determina un repaso dirigido.

Una impresión de familiaridad durante la lectura no es una prueba de dominio. Releer una solución puede parecer fácil porque las etapas ya están elegidas. Resolver un enunciado nuevo, explicar un signo o criticar una respuesta errónea proporciona una

información más exigente. El esfuerzo solicitado no debe confundirse con la longitud del escrito.

La guía ofrece herramientas de trabajo y soluciones, pero su lectura no garantiza ninguna nota de examen. Para apreciar su progreso, explique un método sin copiarlo, compruebe un resultado por otro camino e identifique los límites del modelo. La claridad de una explicación, la exactitud de un cálculo y la pertinencia de las hipótesis se complementan sin sustituirse entre sí.